

# 麥克風陣列位置與多音源高度/距離的關係分析

逐一解說：基線、交會角、仰角、距離誤差

📐 圖一、平面視角 (Plan View) —— 基線 × 交會角 × DOA

## ① 基線 $D$ (Baseline)

- 定義：兩組陣列中心連線的距離，圖中  $D = 12\text{ m}$
- 功能：作為三角測量的已知邊，是整個幾何解算的「量測基準」
- 實務準則： $D \geq R / 10$  ( $R$  為音源最遠距離)，否則交會角過小

## ② DOA 方位角 $\theta$ (Direction of Arrival)

- $\theta_1 \approx 56^\circ$ ：陣列 1 看  $S_1$  (音源 A) 相對於基線的方位角
- $\theta_2 \approx 124^\circ$ ：陣列 2 看  $S_1$  相對於基線的方位角
- 由陣列內各麥克風之時間差 TDOA 解算而得

## ③ 交會角 $\gamma$ (Intersection Angle)

- $\gamma_1 \approx 67^\circ$  (近場音源  $S_1$ ) → 交會角大，幾何解算穩定
- $\gamma_2 \approx 37^\circ$  (遠場音源  $S_2$ ) → 交會角變小，誤差橢圓被拉長
- 理想條件： $\gamma \approx 90^\circ$  (兩方向線垂直交會，精度最高)
- 失效條件： $\gamma < 20^\circ$  或  $\gamma > 160^\circ$  (誤差劇烈放大)

## ④ $S_3$ (同方位重疊源)

- 代表與  $S_1$  位於幾乎同一方向線上的另一音源
- DOA 方法在此情境下無法分離兩者，能量會合併歸屬於同一方位
- 這是「方向性能量分配」方法的固有物理極限

---

📐 圖二、側視圖 (Elevation View) —— 高度差 × 仰角 × 3D 解析

## ① 陣列高度差 $\Delta h_{\text{array}}$

- 圖中陣列 1 置於  $h = 1.5\text{ m}$  (接近地面車輛高度)
- 陣列 2 置於  $h = 5.0\text{ m}$  (接近建築中段設備高度)
- $\Delta h_{\text{array}} = 3.5\text{ m}$ ：提供垂直向的視差，這是區分音源仰角的關鍵

## ② 仰角 $\varphi$ (Elevation Angle)

- $\varphi_1 \approx 35^\circ$ ：陣列 1 看冷卻水塔的仰角
- $\varphi_2 \approx 29^\circ$ ：陣列 2 看冷卻水塔的仰角 (因陣列位置較高，仰角變小)
- 兩個不同仰角值的差異，正是雙陣列能解出「音源高度」的訊息來源

### ③ 多音源高度分層

音源	代表物	高度 h	對應典型陳情
高位	冷卻水塔	12 m (屋頂)	低頻嗡嗡、持續性
中位	空調室外機	6.4 m (3F)	中頻風切聲
低位	車輛	0.6 m (地面)	寬頻、間歇性

### ④ 關鍵限制

- 若兩陣列置於同一水平面 ( $\Delta h = 0$ ) → 只能解方位角，高度資訊完全遺失
- 此時屋頂冷卻塔與同方位地面車輛會被判為同一音源
- 因此對於「跨高度陳情案場」（例如樓上設備 vs 樓下商家），高度差佈設是必要條件

 圖三、幾何誤差放大效應 (GDOP) —— 距離誤差與幾何參數的關係

核心公式： $\sigma_R \approx D \cdot \sin \gamma \cdot \sigma_\theta$

#### ① 三個關鍵敏感度

變數關係	物理意義	實務啟示
$\sigma_R \propto R^2$	距離每加倍，誤差放大 4 倍	遠場音源定位本質上極度困難
$\sigma_R \propto 1/D$	基線越長，誤差越小	但受場地邊界、可佈設位置限制
$\sigma_R \propto 1/\sin \gamma$	交會角 $\rightarrow 0$ 或 $180^\circ$ 時誤差發散	避免雙陣列與音源共線佈設

#### ② 四情境量化對照 ( $\sigma_\theta = 2^\circ$ 典型陣列誤差)

情境	R (m)	D (m)	$\gamma$ ( $^\circ$ )	$\sigma_R$	結論
近場 + 長基線	20	10	$\sim 60^\circ$	$\pm 1.6$ m	✓ 優
中場 + 適當基線	50	10	$\sim 22^\circ$	$\pm 23$ m	△ 可接受
遠場 + 短基線	100	5	$\sim 5.7^\circ$	$\pm 700$ m	✗ 失效
同方位重疊	任意	任意	$\sim 0^\circ$	$\rightarrow \infty$	✗ 無解

#### ③ 誤差橢圓 (左側示意)

- 紅色橢圓代表 95% 信賴區間的誤差分布
- 長軸 (徑向,  $\sigma_R$  大) : 距離方向誤差大
- 短軸 (橫向, 小) : 方位方向誤差小

- 這解釋了為什麼陣列量測對「方位」較可信，對「距離」不可輕信

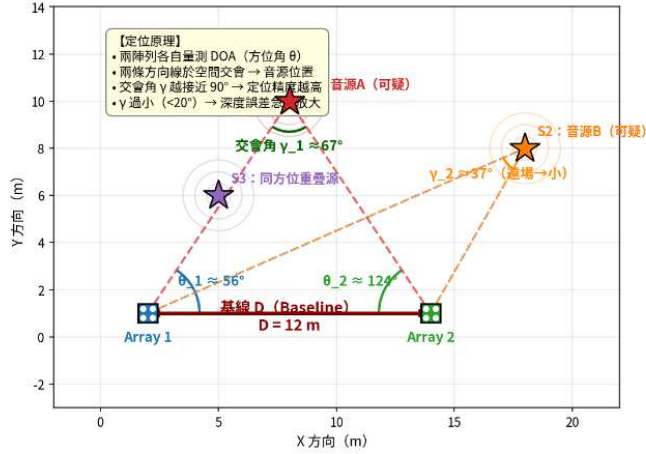
佈設原則對照表

參數	建議值	物理依據
基線 D	$\geq R_{\max} / 10$ 且 $\geq 5$ m	控制 $\sigma_R$ 於可接受範圍
陣列高度差 $\Delta h$	$\geq 2$ m，涵蓋音源高度範圍	解析仰角 $\varphi$ ，實現 3D 定位
避免幾何	雙陣列不與主音源共線	防止 $\gamma \rightarrow 0$ 導致誤差發散
交會角目標	$30^\circ \leq \gamma \leq 150^\circ$	誤差橢圓形狀可控
適用距離	$R \leq 50$ m（陳情案場建議）	$\sigma_R$ 誤差控制在 20 m 內

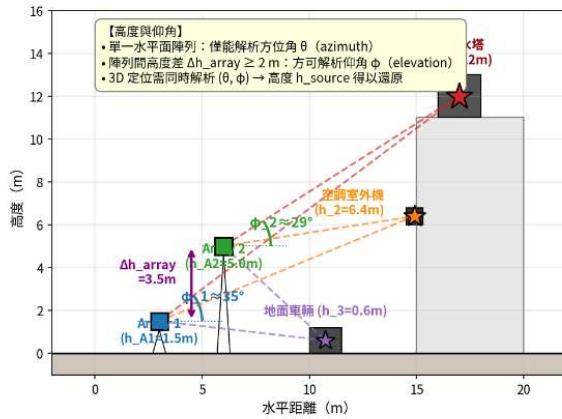
此幾何分析再次印證您原先論述的合理性：陣列的絕對音壓值不宜作為法規裁罰依據，其定位結果必須以誤差範圍呈現，並與 Class 1 噪音計及聲學模式（CadnaA / SoundPLAN）交叉驗證，三者互補才能構成完整的陳情技術佐證鏈。

雙麥克風陣列與多音源幾何關係：基線 × 交會角 × 仰角 × 距離誤差

圖一、平面視角 (Plan View)：雙陣列基線 × 交會角 × DOA



圖二、側視圖 (Elevation View)：陣列高度差 × 音源仰角 × 3D 解析



圖三、幾何誤差放大效應 (GDOP)：距離誤差  $\sigma_R$  與基線 D、交會角  $\gamma$  的關係

