

# 7

## Chapter

# 隔振原理及其應用

### 7.1 振動危害與容許標準

- 7.1.1 振動的危害
- 7.1.2 振動控制的基本方法及隔振措施
- 7.1.3 振動的容許標準

### 7.2 隔振原理與隔振設計

- 7.2.1 隔振
- 7.2.2 隔振方式與設計原則

### 7.3 隔振器材和隔振器

- 7.3.1 要求與分類
- 7.3.2 金屬彈簧隔振器
- 7.3.3 橡膠隔振器和隔振墊
- 7.3.4 機床隔振器
- 7.3.5 全金屬鋼絲繩隔振器
- 7.3.6 空氣彈簧
- 7.3.7 軟木板

### 7.3.8 毛氈

### 7.4 減振器

### 7.5 振動平衡器

### 7.6 振動測量

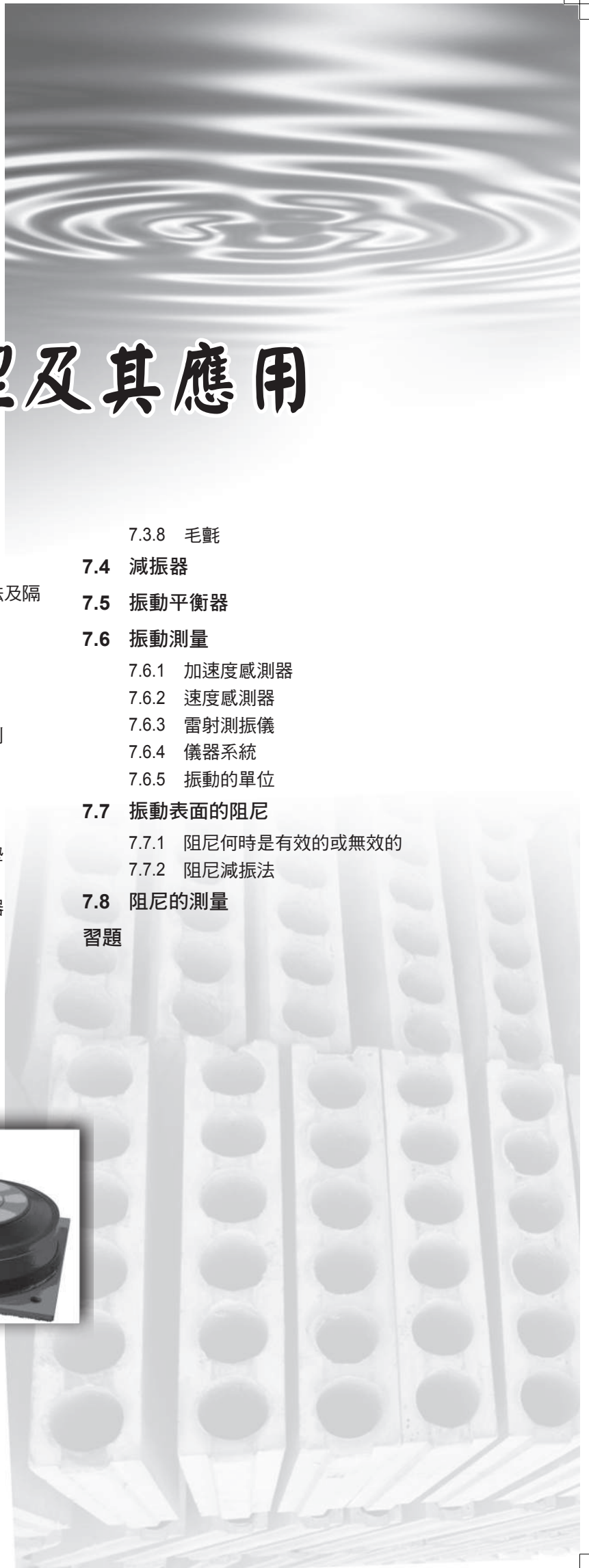
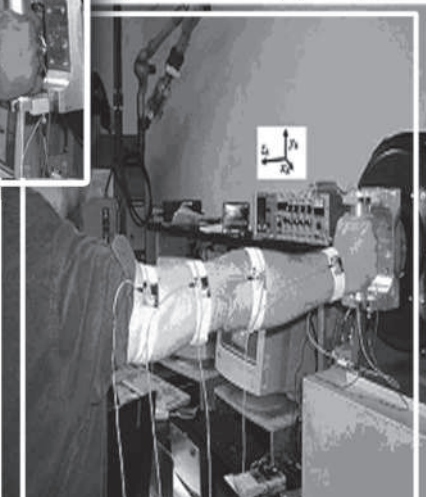
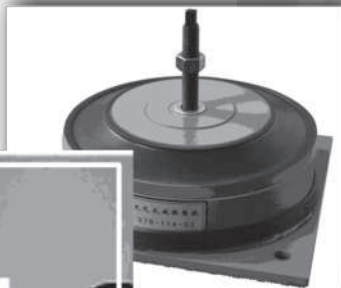
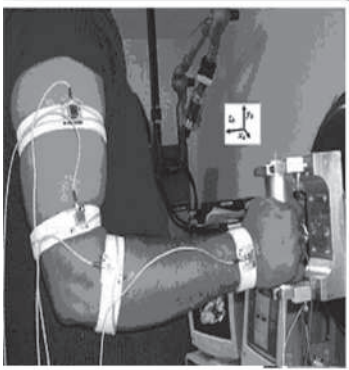
- 7.6.1 加速度感測器
- 7.6.2 速度感測器
- 7.6.3 雷射測振儀
- 7.6.4 儀器系統
- 7.6.5 振動的單位

### 7.7 振動表面的阻尼

- 7.7.1 阻尼何時是有效的或無效的
- 7.7.2 阻尼減振法

### 7.8 阻尼的測量

### 習題



## 7.1 振動危害與容許標準

### 7.1.1 振動的危害

振動 (vibration) 是普遍存在的現象，其來源可分為自然振源和人工振源兩大類。自然振源是自然界自身產生振動的位置和機制，如地震、海浪和風振等；人工振源是人類活動產生振動的位置和裝置，如各類動力機器的運轉、交通輸運工具的行駛、建築施工打樁和人工爆破等。

振動產生的振動波 (vibration wave)，透過建築物的基礎或地表傳至人體、精密儀器設備或者建築物本身，將會對人和物造成危害。從頻率的角度來看，自然振動影響的主要頻率在 10 Hz 以下，大多數情況能量分佈在 1~2 Hz 左右或更低；人工振動影響的主要頻率在 10 Hz 以上。振動類型不同，頻率區間也不相同，例如地鐵傳到附近地面的振動一般在 40~80 Hz 頻段的能量較大，車輛的振動能量主要在 10~20 Hz 範圍內。

#### 一 振動傳至人體主要有四種型式

1. 振動傳遞到整個人體外表面或其他部分外表面。
2. 振動透過支撐表面傳遞到整個人體上，例如透過站著的人的腳，坐著的人的臀部或斜躺著的人的支撐面，這種情況通常稱為全身振動。
3. 振動作用與人體的某些個別部位，如頭或四肢，這種加在人體的某些個別部位，並且只傳遞到人體某個局部的振動 (區別於全身傳遞)，稱為局部振動。
4. 雖然振動沒有直接作用於人體，但人卻能透過視覺、聽覺等感受到振動，也會造成影響。這種雖不直接作用於人，但卻能影響到人的振動稱為間接振動。

#### 二 振動對人體的主要危害和影響

1. 在振動環境工作的工人由於振動使他們的視覺受到干擾，手的動作受妨礙和精神難以集中等原因，往往造成操作速度下降，生產效率降低，工人感到疲勞，並且可能出現產品不良，甚至安全事故。
2. 如果振動強度足夠大，或者工人長期在相當強度下振動環境下工作，則工人可能會在神經系統、消化系統、心血管系統、內分泌系統、呼吸系統等方面造成危害或影響。
3. 振動干擾居民的睡眠、休息、讀書和看電視等日常生活，若長期生活在振動干擾的環境中，由於長期上煩惱不堪，久而久之會造成身體或心理不適。

#### 三 振動對於精密儀器、設備的影響

振動於建築物上，由於振動強度和頻率不同，將會使得某些建築物結構受到破壞，常見的破壞現象表現為基礎和牆壁龜裂、牆面剝落、石塊滑動、地基變形和沉陷等，甚至可使建築物倒塌。

1. 振動會影響精密儀器儀錶的正常運行，影響對儀器儀錶的刻度閱讀的準確性和閱讀速度，甚至根本無法讀數。如果振動過大會直接影響儀器儀錶的使用壽命，甚至受到破壞。
2. 對於某些靈敏的電器如靈敏繼電器，振動甚至引起錯誤操作，從而造成一些重大事故。

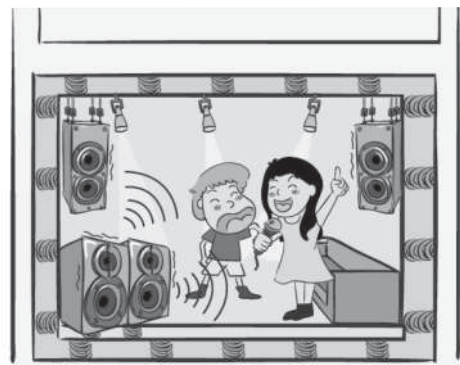
3. 振動會使精密機床的加工精度下降，粗糙度上升，使品質無法保證，當振動過大時，會直接造成精密機床的刀具、精密零件受到損壞。

振動的物體可以直接向空間輻射 (radiated) 噪音，這就是空氣音 (air acoustics)。振動又會在土壤中傳播，在傳播過程中，又會引起建築物基礎、牆體、梁柱、天花板、門窗、管道等振動，這些物體的振動會再次輻射噪音，這種噪音叫固體音 (solid-borne sound transmission)。

目前國內盛行的 KTV 與卡拉 OK 的噪音包含了固體音和空氣音兩種噪音方式，尤其是舞廳、PUB 等播放舞曲或熱門音樂的場所，貝斯低頻噪音經常是附近居民陳情的主因。這類喇叭所造成的低頻噪音通常是因喇叭音箱箱體振動沿著固定架，傳到地面、樓板或管線等處，再順著公寓建築結構、管線傳到公寓大樓其他處所，振動往往激發其他住戶起居室牆壁的振動，而產生噪音。這類固體噪音主要以 63 ~ 125 Hz 間的低頻率為主，能夠傳得很遠，其特徵是住戶不太聽得到音樂全貌，而是聽到音樂中「碰、碰」的貝斯聲。

固體音的防制必須以隔振為主，喇叭如放在地面要用隔振器，若是吊在天花板下方，必須採用隔振吊架來懸掛音箱架。消防管或水管等裸露管線，若遭受喇叭低頻聲音而會振動者，需要對管線做防音包覆。

對於低頻噪音衝擊牆壁、樓板所形成的固體音，裝潢時採用「屋中屋」(room in room) 的設計，是可以解決噪音問題，所謂「屋中屋」是指場所裡所有的牆面、天花板除了採用厚重的隔音建材外，而且必須是獨立的結構，即和原有的牆壁、天花板是分開的，地板採用隔振地板，這樣振動才不會傳到原有的建築物結構上，就像是在原有的室內再蓋一間 (圖 7.1-1)。



資料來源：環境保護署。

圖 7.1-1 KTV 固體傳音防制方法

### 7.1.2 振動控制的基本方法及隔振措施

振源 (vibration source) 產生振動，透過介質傳至受振物件，所以振動控制的基本方法也就分三個方面：振源控制 (vibration source control)、傳遞過程中振動控制和受振物件採取控制措施。

振動控制主要有以下幾種方法：消振 (anti-vibration、vibration removal)、隔振 (vibration isolation)、吸振 (vibration absorption) 和減振 (vibration reduction)。

消振是在振源上採取措施 (vibration absorbing measures)，如改善機械運動的平衡性能、改善擾動力的方向、增大阻尼 (damping)、改變質量 (mass) 和剛度 (stiffness) 避免共振 (resonance) 等；隔振指在振動源傳播路徑上採取措施，使振動不傳播出去，常見方法有採用大型基礎或安裝隔振器等；吸振常用在受振物件上，附加一個振動子系統使某一頻率的振動得到吸收；減振一般是在受振物件上附加阻尼元件，透過消耗能量使振動回應減小。

隔振分為兩類：積極隔振和消極隔振。所謂積極隔振，就是為了減少動力設備產生的擾力向外的傳遞，對動力設備所採取的隔振措施 (即減少振動的輸出)；所謂消極隔振，就是為了減少外來振動對防振物件的影響，對防振對象 (如精密儀器) 採取的隔振措施 (即減少振動的輸入)。無論何種類型隔振，都是在振源或防振物件與支承結構之間加隔振器材。對動力機器採取隔振措

施還對保護機器本身精密零件和模具等有好處，降低機器的動載荷，提高了機組的使用壽命。

除了機器設備隔振外，管道隔振也是常採用的方法。常見的措施有在動力機器與管道之間接縫處做額外的處理，如在風機的風管與風機的連接處，採用柔性帆布管接頭，以防止振動的傳出。



在水泵 (water pump) 進出口處加橡膠軟接頭，以防止水泵機體振動沿管路傳出；在柴油機排氣口與管道之間加金屬波紋管 (corrugated pipe)，以防止柴油機機體振動沿排氣管傳出等。

在管路穿牆而過時，使管路與牆體脫開，並墊上彈性材料，以減少牆體振動。為了減少管道振動對周圍建築物的影響，每隔一定距離設置隔振吊架和隔振支座。

### 7.1.3 振動的容許標準

對於人體振動的容許值，一般劃為三個等級標準：

第一級針對乘坐飛機、車輛和船隻旅客等的，要求保持舒適；

第二級針對載貨汽車、拖車駕駛員和機器操作者的，要求能保持正常的工作效率；

第三級針對能保持人體健康和人在生理上的所能忍受的振動。

這三個等級的標準，可以採取比值法或加權法。比值法就是將振動做頻譜分析，提出每個頻段 (或 1/3 倍頻程) 的加速度值，用這些一一對應的數值來描述或評估這一振動環境。當這些一一對應的數值有任一組值超過有關標準時，即認為該振動環境超過有關人體的振動容許值。

表 7.1-1 中的振動級是經過 ISO2631 提出的加權因數加權後的加速度級 (level)， $x$  與  $y$  是水平向， $z$  是垂直向。振動加速度級定義如下：

$$VAL = 20 \log_{10} \frac{a}{a_0} \quad (7-1)$$

式中：

$VAL$ ：振動加速度級 (dB)，

$a_0$ ：基準加速度，取  $a_0 = 10^{-6} \text{ m/s}^2$ ，

$a$ ：實測或計算的振動加速度有效值 ( $\text{m/s}^2$ )。

表 7.1-1 全身振動勞動保護標準的振動級

單位：dB

界限		暴露時間								
		24 h	16 h	8 h	4 h	2.5 h	1 h	25 min	16 min	1 min
舒適性降低限	Z	93	97	100	104	107	112	115	117	119
	X(Y)	90	94	97	101	104	109	112	114	116
疲勞—熟練程度降低限	Z	103	107	110	114	117	122	125	127	129
	X(Y)	100	104	107	111	114	119	122	124	126
暴露界限	Z	109	113	116	120	123	128	131	133	135
	X(Y)	106	110	113	117	120	125	128	130	132

振動加權加速度級定義：

$$VL = 10 \log_{10} \sum 10^{(VAL_i + \alpha_i)/10} \quad (7-2)$$

式中：

- VL：振動加權加速度級 (dB)，也可以簡稱為振動級或振級，
- VAL<sub>i</sub>：每個頻帶的振動加速度級，
- α<sub>i</sub>：各個頻帶的加權因數。

舒適性降低界限是按振動頻率、暴露時間 (exposure time)、振動作用方向和人體姿勢等的不同而異的。Adewusi 等人 (2010 年) 就對不同姿勢，不同握力，不同激勵級的人體手臂系統進行了振動傳輸特性的研究。得出在低於 25 Hz 的振動時，當手臂伸展，如圖 7.1-2(a)，能夠增強振動傳輸到上臂和整個身體，但是對比手臂收縮，如圖 7.1-2(b)，削弱 25 Hz 以上振動的效果要好很多，特別是在肩部。

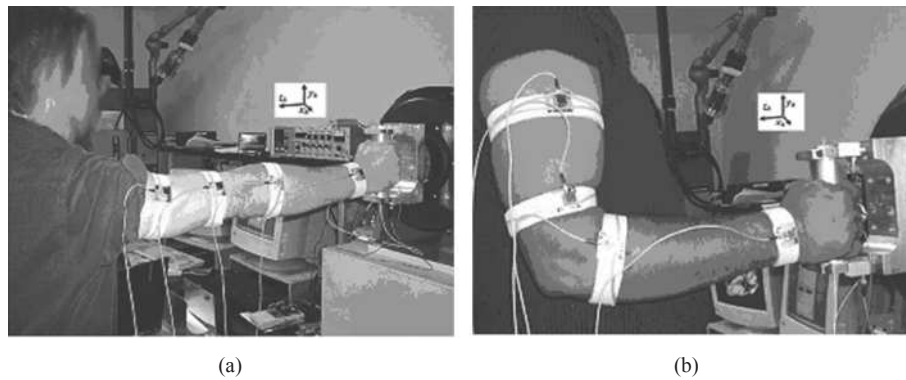


圖 7.1-2 不同手臂姿勢下的振動傳輸特性

建築物的允許振動標準是與其上部結構、地基的特性以及建築物的重要性有關的。德國 1999 年頒佈的標準 DIN4150 第三部分「振動對建築物的影響」中規定，在短期振動作用下，使建築物開始遭損壞，諸如粉刷開裂或原有裂縫擴大時，作用在建築物基礎上或樓層平面上的合成振動限值見表 7.1-2。

表 7.1-2 建築物開始損壞時的振動速度值

序號	結構型式	振動速度峰值 (mm/s)			
		基礎			最高樓層平面
		頻率範圍 / Hz			
		10 以下	10 ~ 50	50 ~ 100	混合頻率 / Hz
1	商業或工業用建築物和類似設計的建築物	20	20 ~ 40	40 ~ 50	
2	居住建築和類似設計的建築物	5	5 ~ 15	15 ~ 20	40
3	不屬於 1、2 項所列的對振動特別敏感的建築物、具有紀念價值的建築物	3	3 ~ 8	8 ~ 10	15

精密儀器、設備後座的容許振動標準，應由製造部門提供。當無資料時，可以根據其對振動的敏感程度的特性按表 7.1-3 選用。

表 7.1-3 精密儀器、設備容許振動值

防振等級	精密儀器、設備名稱	容許振動線位移 / ( $\mu\text{m}$ )	容許振動線速度 / ( $\text{mm/s}$ )
1	每毫米刻 3,600 條以上的光柵刻線機。	—	0.01
2	每毫米刻 2,400 條的光柵刻線機。	—	0.02
3	每毫米刻 1,800 條的光柵刻線機、自控鐳射光波比長儀及光柵刻劃檢刻機、80 萬倍電子顯微鏡、精度 $0.03 \mu\text{m}$ 光波干涉孔徑測量儀、14 萬倍掃描電鏡、精度 $0.02 \mu\text{m}$ 柯氏干涉儀、精度 $0.01 \mu\text{m}$ 雙管烏氏光管測角儀，加工精度小於 $0.1 \mu\text{m}$ 表面粗糙度 $R_a = 0.125 \mu\text{m}$ 的超精密車床、銑床和磨床。	—	0.03
4	每毫米刻 1,200 條的光柵刻線機、6 萬倍電子顯微鏡、 $\nabla 14$ 光潔度干涉顯微鏡、 $\nabla 13$ 光潔度測量儀、光導纖維拉絲機、積體電路製版和光刻工序、膠片和像紙擠壓塗佈機。加工精度 $0.1 \sim 0.5 \mu\text{m}$ ，表面粗糙度 $R_a = 0.025 \mu\text{m}$ 的五級絲杠車床、螺紋磨床、高精度刻線機、高精度外圓磨床和平面磨床等。	—	0.05
5	每毫米刻 600 條的光柵刻線機、立式金相顯微鏡、 $\text{AC}_4$ 型檢流計、 $0.2 \mu\text{m}$ 分光鏡 (測角儀)、高精度機床裝配台、超微粒石板塗佈機。	—	0.10
	加工精度 $0.5 \sim 1 \mu\text{m}$ ，表面粗糙度 $R_a = 0.05 \mu\text{m}$ 的六級絲杠車床、螺紋磨床、精密滾齒機、精密滾磨床等，精度 $1 \times 10^{-7}$ 的一級天平 TG11、TG128。	1.5	
6	精度為 $1 \mu\text{m}$ 的立式 (臥式) 光學比較儀、投影光學計、測量計。	—	0.20
	加工精度 $1 \sim 3 \mu\text{m}$ ，表面粗糙度 $R_a \geq 0.1 \sim 0.2 \mu\text{m}$ 的精密磨床、齒輪磨床、精密車床、座標鏜床等，精度為 $1 \times 10^{-5} \sim 5 \times 10^{-7}$ 的單盤天平 MD100-1、DWT-1、DTG160 和三級天平 TG31、TG328、TG332、TG335。	3.0	
7	精度為 $1 \mu\text{m}$ 的萬能工具顯微鏡、精密自動繞線機、接觸式干涉儀。	—	0.30
	加工精度大於 $3 \sim 5 \mu\text{m}$ ，表面粗糙度 $R_a \geq 0.4 \sim 0.8 \mu\text{m}$ 的精密臥式鏜床、精密車床、數控車床、仿形車床等，六級天平 TG626A，縫隙天平陀螺儀搖擺試驗台。	4.8	
8	光電反射檢流機、示波檢流器、動平衡機、102G 氣相層析儀 (色譜儀)、臥式光度計、扭簧比較儀、大型工具顯微鏡、雙管顯微鏡、阿貝測長儀、硬度計、電位計、溫度控制儀。	—	0.50

## 7.2 隔振原理與隔振設計

隔振就是在振動源和基礎、基礎與需要防振的儀器設備之間，加入具有彈性的裝置以減少振動量的傳遞。圖 7.2-1 和圖 7.2-2 為積極隔振和消極隔振的示意圖。

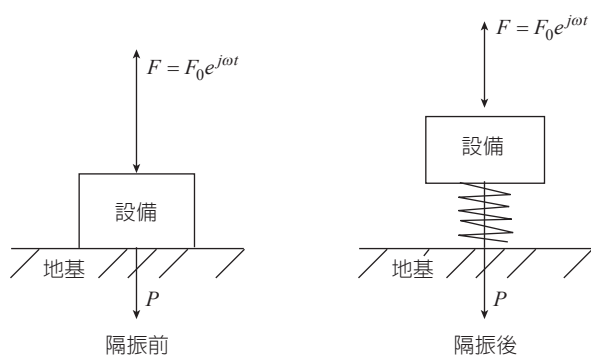


圖 7.2-1 積極隔振示意圖

在加入隔振器件之前，振動源與基礎、基礎與儀器設備之間可能是剛性連接，此時來自振動源的擾動力完全傳給地基，而來自地基的擾動位移完全傳給儀器設備，而採用了合理的彈性連接後，可減少相應的傳遞率。注意，不合理的隔振設計不但不能減少振動的傳遞率，反而可能增大振動的傳遞率。

隔振的評估方法有很多，最常用的表示方法是振動傳遞係數 (vibration transmitting coefficient)、效率比 (efficiency ratio) 和能流傳遞率 (energy influence rate) 等。效率比雖然能直觀顯示隔振效果，但是不能顯示整個隔振系統的回應特性。能流傳遞率可以避開效率比的局限性，並且能透過加速級估計出來。

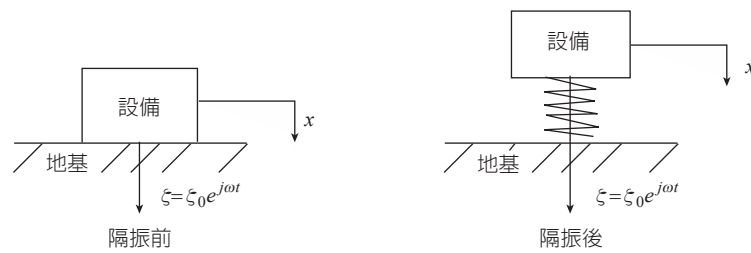


圖 7.2-2 消極隔振示意圖

對於積極隔振，振動傳遞係數定義為力傳遞係數 (force transfer coefficient)：

$$T_f = |P/F| \quad (7-3)$$

式中：

$P$ ：傳到地下的力，

$F$ ：擾動力。

對於消極隔振，振動傳遞係數定義為位移傳遞係數 (shift transfer coefficient)：

$$T_d = |x/\zeta| \quad (7-4)$$

式中：

$x$ ：傳到設備的位移距離，

$\zeta$ ：地面振動的位移距離。

顯然，不論是對積極隔振還是消極隔振，振動傳遞係數越小，則說明隔振效果越好。由於積極隔振和消極隔振的振動傳遞係數的最終運算式完全一致，在以下的推導中，僅提出積極隔振的振動傳遞係數的推導過程，說明振動原理。

## 7.2.1 隔振

考慮隔振的出發點是，從一個源到某個結構的結構傳播振動會輻射噪音，事實上這種結構傳播與從振動源自身而來的直接輻射同等重要，也可能更重要。幾乎所有的弦樂器都為這一點提供了很好的例子。在任何情況下，振動弦是明顯的能量源，但是所聽到的聲音卻很少源於弦，弦是一個很差的輻射體；相反，聲音源自於作為輔助手段使用的共鳴板或腔體，它們是非常有效的聲輻射器。

當解決噪音控制問題時，惱人的噪音來源可能很明顯，但是輻射噪音的路徑可能是不清楚的。事實上，確定傳播路徑可能是所需解決的主要問題。不幸的是，並不能提出採取簡單步驟來完成這個任務的一般性規範。另一方面，如果所考慮的是一個嘈雜機器的隔音罩的話，那麼機器與隔音罩之間、機器與任何管道或其他與隔音罩的機械連接之間、隔音罩與通過它的任何突出物之間的良好隔振被認為是理所當然的事。換句話說，結構傳播振動可使最好的隔音罩無效。因此，為達到噪音控制目的，控制所有可能的振動結構路徑以及空氣傳播路徑是很重要的。

振動或力從一個結構到另一個結構的傳播可通過在兩個結構之間插入一個相對柔性的隔離元件來減小，這就是所謂的隔振 (vibration isolation)。

一個重要的設計依據是隔振底座上的被隔離結構的共振頻率。在這個頻率處，隔離元件將顯著擴增結構及其底座之間的力傳遞。只有頻率大於 1.4 倍的共振頻率時，力傳遞才會降低。因此，必須將共振頻率設計在遠低於所需隔離的頻率範圍以下。此外，出於在共振頻率處減小振動響應的目的，為振動系統增加的阻尼會降低隔振的效果，使系統在更高頻率處才能達到同樣的隔振性能。

這裡將考慮兩種隔振的應用：(1) 目的為防止振動從機器傳遞到它的基座；(2) 目的為減少基座向固定在其上的設備的運動傳遞。例如電機、風機、渦輪機等固定在隔振器上的轉動設備是第一類例子。醫院地下室中被彈性固定的電子顯微鏡為第二類例子。

### 一 單自由度系統

為瞭解隔振，熟知圖 7.2-3 所示的單自由度系統的特性是非常有必要的 (Church, 1963 ; Tse

et al., 1978 ; Rao, 1986)。在圖中，這裡所考慮的兩種情況用一個彈簧 (spring)、一個質量 (mass) 和一個減振器 (dashpot) 來說明。在第一種情況下，質量塊被一個外部施加的力  $F(t)$  驅動，而在第二種情況下，假設基底移動了某個指定的振動位移  $y_1(t)$  (Tse et al., 1978)。

如圖 7.2-3(a) 所示，質量為  $m$  (kg)、阻尼常數為  $C$  (N-s/m)、剛度為  $k$  (N/m)、位移為  $y$  (m)、週期激勵函數為  $F(t)$  (N) 的單自由度振子的運動方程式為：

$$m\ddot{y} + C\dot{y} + ky = F(t) \quad (7-5)$$

對於正弦運動， $\ddot{y} = \omega^2 y$  且  $\dot{y} = j\omega y$ 。在沒有任何激振力  $F(t)$  或阻尼  $C$  的情況下，一旦受到擾動，系統將在其無阻尼共振頻率  $f_0$  處以恆定的振幅正弦運動。方程式 (7-5) 的解以及  $F(t) = C = 0$  提出下列無阻尼共振頻率：

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{Hz}) \quad (7-6)$$

質量塊的靜態壓縮量  $d$  由  $d = mg/k$  提出，其中  $g$  為重力加速度，因此式 (7-6) 可以寫為下面的另一種型式：

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{d}} \quad (\text{Hz}) \quad (7-7)$$

代入  $g$  等於 9.81 m/s 提出下面有用的公式 (其中  $d$  單位是 m)：

$$f_0 = 0.5/\sqrt{d} \quad (\text{Hz}) \quad (7-8)$$

前面的分析針對的是一個理想系統，其中彈簧無質量，但這並不能反映實際情況。如果彈簧質量表示為  $m_s$ ，而且質量沿其長度均勻分佈，利用瑞利法 (Rayleigh's method) 並令質量  $m$  加上彈簧質量  $m_s$  的最大動能等於彈簧的最大位能，可以得到彈簧的質量對質量－彈簧系統的共振頻

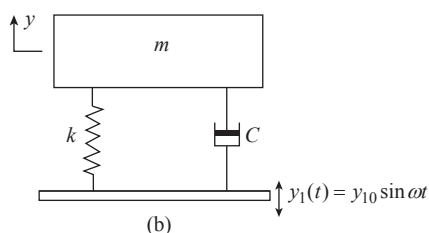
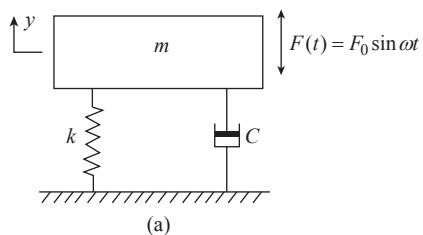


圖 7.2-3 單自由度系統：(a) 受迫運動的質量塊、剛性基底；(b) 振動的基礎

率的影響的第 1 階近似。彈簧的速度在其中一端為零，在另一端為最大值  $\dot{y} = \omega y$ 。因此，彈簧的動能可寫為：

$$KE_s = \frac{1}{2} \int_0^L u_m^2 dm_s \quad (7-9)$$

式中： $u_m$  是質量為  $dm_s$  的彈簧片段的的速度， $L$  為彈簧的長度。量值  $u_m$  和  $dm_s$  可表示為：

$$u_m = \frac{x\dot{y}}{L} \quad \text{和} \quad dm_s = \frac{m_s}{L} dx \quad (7-10a, b)$$

式中： $x$  是從彈簧支撐到片段  $dm_s$  的距離。因此彈簧中的動能可寫為：

$$KE_s = \frac{1}{2} \int_0^L \left( \frac{x\dot{y}}{L} \right)^2 \frac{m_s}{L} dx = \frac{m_s \dot{y}^2}{2L^3} \int_0^L x^2 dx = \frac{1}{2} \frac{m_s \dot{y}^2}{3} \quad (7-11a, b, c)$$

使質量  $m$  和彈簧的動能等於彈簧中的最大位能，得到：

$$\frac{1}{2} \frac{m_s}{3} \dot{y}^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}^2 = \frac{1}{2} k y^2 \quad (7-12)$$

將  $\dot{y} = \omega y$  代入上述公式中，得到共振頻率如下所示：

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m + (m_s/3)}} \quad (7-13)$$

因此在下面的分析中，如果在懸掛的質量上增加 1/3 的彈簧質量，會得到更精確的結果。

彈簧的質量  $m_s$  為有效線圈的質量，對於一個具有平形端座的彈簧，有效線圈比線圈總數少 2 個。對於一個總直徑為  $D$ 、線直徑為  $d$ 、材料密度為  $\rho_m$  的具有  $n_c$  個有效線圈的彈簧，其質量為：

$$m_s = n_c \frac{\pi d^2}{4} \pi D \rho_m \quad (7-14)$$

對於一個螺旋彈簧，將其拉伸至 1 米所需的剛度 (N/m) 或牛頓數為：

$$k = \frac{d^4 \cos \alpha}{8n_c D^3} \left[ \frac{\cos^2 \alpha}{G} + \frac{2 \sin^2 \alpha}{E} \right] \quad (7-15)$$

式中： $G$  為彈簧材料的剛性係數 (或剪切係數)， $E$  為彈性係數， $\alpha$  是彈簧的螺旋角。

對如圖 7.2-3 所示的系統響應非常重要是阻尼係數  $\zeta = C/C_c$ ，其中  $C_c$  為臨界阻尼係數 (critical damping coefficient)，定義如下：

$$C_c = 2\sqrt{km} \quad (\text{kg/s}) \quad (7-16)$$

當阻尼係數小於 1 時，暫態響應是週期性的，但當阻尼係數大於等於 1 時，系統的暫態響應不再是週期性的。

不存在任何激振力  $F(t)$ ，但系統阻尼  $C < 1$  時，圖 7.2-3 中的系統一旦受到擾動，將在其有

阻尼共振頻率  $f_d$  處近似正弦振盪。利用式 (7-5) 的解以及  $F(t)=0$  且  $C \neq 0$  提出有阻尼共振頻率：

$$f_d = f_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (\text{Hz}) \quad (7-17)$$

當激振力  $F(t) = F_0 e^{j\omega t}$  是正弦的，圖 7.2-3 中的系統會在驅動頻率  $\omega = 2\pi f$  處正弦地響應。令  $f/f_0 = X$ ，那麼式 (7-5) 的解提出了頻率  $f$  處的位移振幅  $|y|$ ：

$$\frac{|y|}{|F|} = \frac{1}{k} \left[ (1 - X^2)^2 + 4\zeta^2 X^2 \right]^{-1/2} \quad (7-18)$$

對式 (7-18) 微分得到最大位移對應的頻率為：

$$f_{\max \text{ dis}} = f_0 \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad (7-19)$$

對式 (7-18) 微分得到速度振幅  $|\dot{y}| = 2\pi f |y|$  如下所示：

$$\frac{|\dot{y}|}{|F|} = \frac{1}{\sqrt{km}} \left[ \left( \frac{1}{X} - X \right)^2 + 4\zeta^2 \right]^{-1/2} \quad (7-20)$$

觀察式 (7-20) 說明，最大速度振幅對應的頻率為無阻尼共振頻率：

$$f_{\max \text{ vel}} = f_0 \quad (7-21)$$

同理，可看出最大加速度振幅對應的頻率為：

$$f_{\max \text{ acc}} = f_0 (1 - 2\zeta^2)^{-1/2} \quad (7-22)$$

另外，如果圖 7.2-3 所示的結構是滯後衰減的，這實際上是更常見的情況，那麼黏性阻尼模型是不適用的。通過令  $C = 0$  並將式 (7-5) 中的  $k$  用複數  $k(1 + j\eta)$  代替可研究這種情況，其中  $\eta$  為結構耗損因子。進行了這些修改後的式 (7-5) 的解提出了滯後衰減系統 (hysteretically damped system) 的位移振幅  $y'(f)$ ，公式如下：

$$\frac{|y'|}{|F|} = \frac{1}{k} \left[ (1 - X^2)^2 + \eta^2 \right]^{-1/2} \quad (7-23)$$

對於滯後 (或結構) 衰減的情況，最大位移對應的頻率發生在系統的無阻尼共振頻率處，如檢驗式 (7-23) 所示：

$$f'_{\max \text{ dis}} = f_0 \quad (7-24)$$

同理可以確定滯後衰減情況下的最大速度和最大加速度對應的頻率。

上述分析清楚地表明，最大響應取決於所測量的是什麼，並且取決於所研究的系統中阻尼的本質。當已知阻尼的本質時，利用適當的公式可確定無阻尼共振頻率和阻尼常數；然而，一般而言，當阻尼很大時，共振頻率只能通過由頻率響應數據擬合的曲線來確定 (Ewins, 1984)。另外，對於小阻尼的情況，不同的最大響應頻率基本上都等於無阻尼共振頻率。

參考圖 7.2-3(a)，關注激振力  $F_0$  作用於質量塊  $m$  上、通過彈簧傳遞到支座的那部分。另

外，參考圖 7.2-3(b)，關注基礎位移傳遞到質量塊上的部分。兩者中任何一個都可以用傳遞率  $T_F$  來表達，在圖 7.2-3(a) 中， $T_F$  為傳遞到基礎的力與作用於機器上的力  $F_0$  之比，在圖 7.2-3(b) 中， $T_F$  為機器的位移與基礎的位移之比。傳遞率可以計算如下 (Tse et al., 1978)：

$$T_F = \sqrt{\frac{1+(2\zeta X)^2}{(1-X^2)^2+(2\zeta X)^2}} \quad \text{式中：} \quad X = f/f_0 \quad (7-25)$$

圖 7.2-4 表示了以傳遞率  $T_F$  表達的激振力從振動體通過隔離彈簧傳遞到支撐結構的 (圖 7.2-3 的系統 (a)) 的部分。該圖表示了不同阻尼比  $\zeta$  對應的傳遞率，作為振動力的頻率與系統共振頻率之比的函數。

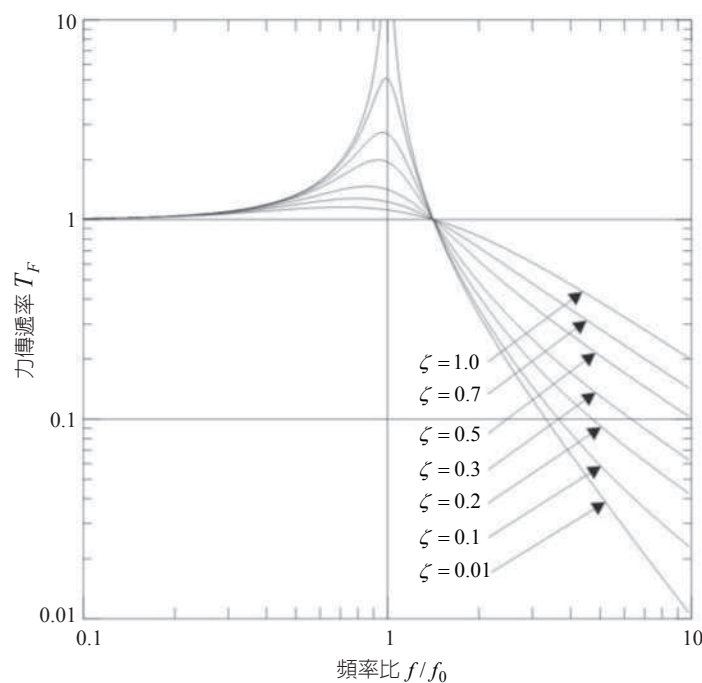


圖 7.2-4 一個黏性阻尼的質量塊—彈簧體系的力或位移的傳遞率。量值  $f$  和  $f_0$  分別為激勵頻率和無阻尼質量塊—彈簧共振頻率， $\zeta$  為系統的臨界阻尼比， $T_F$  為激振力通過彈簧傳遞到基礎的部分。注意，對於大於  $\sqrt{2}$  的不同頻率比值，力的傳遞率隨阻尼比的增加而增加

當傳遞率  $T$  對應於系統 (b) 的質量  $m$  的位移時，那麼圖 7.2-4 表示的是激勵位移振幅從基礎通過隔離彈簧傳遞到被支撐的質量  $m$  上的部分。該圖使人們可以確定隔離系統對一個單自由度系統的有效性。

單自由度系統的振動幅度取決於它的質量、剛度和阻尼特性以及激振力的振幅。這個結論可推廣應用到多自由度系統上，例如機械和結構。式 (7-25) 表明，隨著  $X$  趨向於 0，力的傳遞率  $T_F$  趨向於 1；響應由剛度  $k$  控制。當  $X$  近似為 1 時，力的傳遞率近似與阻尼比成反比例；響應由阻尼  $C$  控制。當  $X$  趨向於較大值時，力的傳遞率以  $X$  的平方趨向於 0；響應由質量  $m$  控制。

能量傳遞率  $T_E$  與力的傳遞率  $T_F$ 、位移傳遞率  $T_D$  有關，為  $T_E = T_F T_D$ 。由於  $T_F = T_D$ ，那麼  $T_E = T_F^2$ 。當質量塊與支撐結構剛性連接時，能量傳遞率  $T_E$  與被支撐結構所輻射的聲功率的預期增加量或減少量  $\Delta L_w$  有如下所示的關係：

$$\Delta L_w = 10 \log_{10} T_E = 20 \log_{10} T_F \quad (7-26)$$

對式 (7-25) 微分或利用式 (7-19) 得到一個黏性阻尼系統的最大力傳遞率對應的頻率表達式如下：

$$f_F = f_0 \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad (\text{Hz}) \quad (7-27)$$

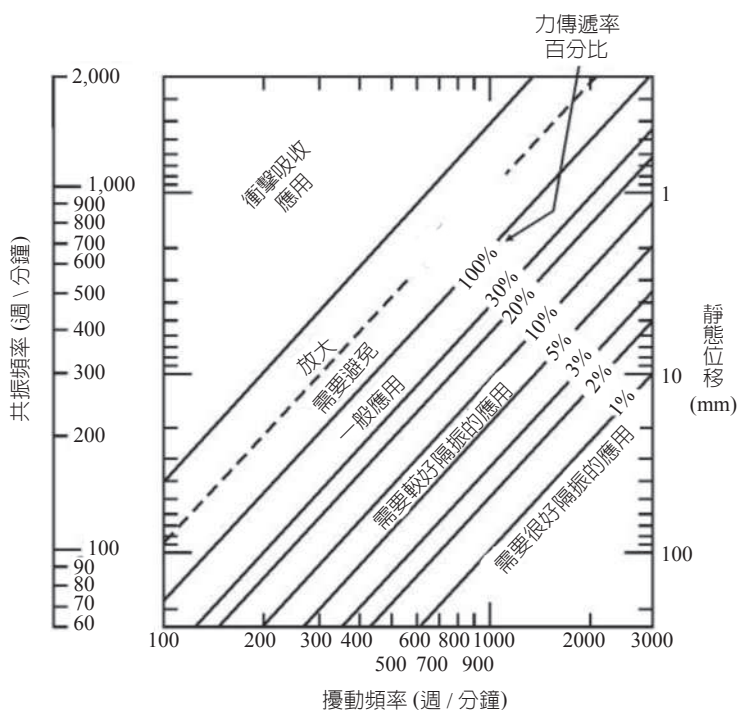


圖 7.2-5 力傳遞率作為頻率和無阻尼單自由度振動系統靜態壓縮量的函數

放大很不明顯，因此在這些低頻處雖然無法從隔振裝置獲益，但也不會受到明顯的不利影響。然而，在 0.5 ~ 1.4 的頻率範圍內，隔振器的存在明顯增加了所傳遞的力以及被固定物體的運動振幅，在應用中，應當避免這個頻率範圍。當頻率比大於 1.4 時，通過隔振器傳遞的力小於無隔振器時傳遞的力，導致了振動的隔離；頻率越高，隔振越好。因此，為了使隔振器有效，其剛度必須使得固定安裝共振頻率小於最低受迫頻率的 0.7 倍，

所有實際的隔振器都有一定的阻尼，圖 7.2-4 提出了阻尼的作用：增加阻尼將減少所獲得的隔振。為了達到最佳隔振效果，無阻尼是最理想的。另一方面，涉及到轉動設備時裝置中的阻尼是必要的，因為在關機和開機時設備的轉速（從而導致受迫頻率）將通過固定安裝共振頻率。在這種情況下，所傳遞的力的振幅將超過激振力，甚至可以達到非常嚴重的程度。

有時，可以足夠迅速地加速或減速機器，使其快速通過共振區域，使得所傳遞的力的振幅沒有時間達到圖 7.2-4 所示的穩態。然而，在某些情況下，機器只能被緩慢加速通過共振範圍，如果隔振器的阻尼不足的話，這將導致一個潛在的災難性局面。在這種情況下，所需的阻尼量可能相當大；可能需要  $\zeta = 0.5$  的阻尼比。

可以安裝一個外部阻尼器來實現必要的阻尼，但始終要以高頻處隔振的減少為代價。使用高衰減隔振器的一個替代方法是利用橡膠緩衝器來限制機器在共振處的過量運動。它的優點是不會

前面的公式和圖指的是黏性阻尼（其中阻尼力正比於振動速度），而不是滯後或結構阻尼（其中阻尼力正比於振動位移）。一般來說，滯後阻尼的作用類似於黏性阻尼的作用一直到頻率  $f = 10f_0$ 。超過這個頻率時，滯後阻尼將導致比圖 7.2-5 所示的更大的傳遞因子。

圖 7.2-4 所包含的無阻尼情況下的信息可以用另一種有用的型式表述，如圖 7.2-5 所示。然而，必須記住的是，該圖只適用於無阻尼單自由度系統，其中激振力作用於物體運動的方向。

再一次參考圖 7.2-4 可看出，低於共振頻率（水平軸上比為 1）時，力的傳遞大於 1，並沒有達到隔離的效果。實際上，頻率比低於 0.5 時，所獲得的

限制高頻的隔振。在某些情況下也使用主動阻尼器，它們只在低於預置速度時有效。它們對高頻隔振也沒有不利影響，並且只在機器關機和啟動時有效。也可以設計空氣阻尼器使其只在低頻處有效。

### (一) 螺旋彈簧中的湍振 (Surging in coil springs)

螺旋彈簧中的湍振是高頻傳遞發生在線圈波動所對應共振頻率處的一種現象。這將限制彈簧的高頻性能，在實際應用中利用在彈簧上方或下方插入橡膠來盡量減少這種影響。下面推導出這些共振頻率的表達式。在隔振器設計中，要確保任何的機器共振頻率都不與湍振頻率一致。

分析從推導彈簧的有效楊氏係數的表達式開始，然後利用該表達式得到彈簧中縱波波速的表達式。最後，如第 7 章中針對房間所提到的，最低階共振為彈簧長度等於  $1/2$  波長時的情況。更高階的共振為半波長整數倍的情況。

楊氏係數 (Young's modulus) 定義為應力與應變之比，因此對於一個長度為  $L$ 、由應力引起的伸長為  $x$  的彈簧：

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{kx/A}{x/L} = \frac{kL}{A} \quad (7-28)$$

那麼，彈簧中的縱波波速為：

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{Lk/A}{m_s/LA}} = L \sqrt{\frac{k}{m_s}} \quad (7-29a, b, c)$$

湍振頻率  $f_s$  出現在彈簧長度  $L$  等於  $\lambda/2$  的整數倍時，因此：

$$L = n \frac{\lambda}{2} = n \frac{c_L}{2f_s} = \frac{nL}{2f_s} \sqrt{\frac{k}{m_s}}, \quad n = 1, 2, 3 \quad (7-30a, b, c)$$

整理後得到湍振頻率為：

$$f_s = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{k}{m_s}} \quad (7-31)$$

## 二 四隔振器系統

在大多數實際情況下，用不止一個隔振器來隔離特定的機器。這立即引入一個問題，即不止有一個系統共振頻率，在這些頻率處力的傳遞會很大。如果可能的話，理想的隔振器設計是，被隔離系統的任何共振頻率都不等於任何受迫頻率。

最常見的多自由度系統的例子是對稱地固定於 4 個隔振器上的機器 (Crede, 1965)。一般來說，固定於彈簧上的機器或物體具有 6 個自由度。如圖 7.2-6 所示，存在一個共振頻率  $f_0$  的垂直平動模態、一個繞縱軸的轉動模態、每個垂直面內的兩個搖擺模態。下面考慮以共振頻率  $f_0$  表達的此系統共振頻率的計算值。對於具有一個彈簧的單自由度系統，該頻率可利用式 (7-6) 或 (7-7) 計算，其中這個彈簧具有圖 7.2-6 所示的 4 個彈簧的總剛度。注意，當幾個彈簧平行時，剛度線性相加；也就是說， $k = k_1 + k_2$  等。

搖擺和橫向模態的共振頻率可根據圖 7.2-7 確定。對於所提出的搖擺和水平運動，共振頻

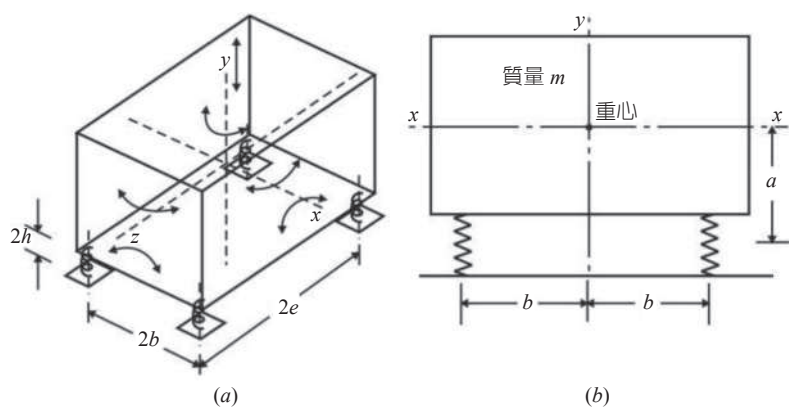


圖 7.2-6 固定於 4 個隔振器上的機器的振動模態。座標的原點與機器的重心一致，在固定平面上方的  $a+h$  處

率  $f_a$  和  $f_b$  分別由 (a) 和 (b) 部分提出。這些圖中的參數定義如下： $W = (\delta/b)\sqrt{(k_x/k_y)}$ ， $M = a/\delta$  和  $\Omega = (\delta/b)(f_i/f_0)$ ，其中在圖 7.2-7(a) 中  $i = a$ ，在圖 7.2-7(b) 中  $i = b$ 。  $k_x$  和  $k_y$  分別為隔振器在  $x$  和  $y$  方向上的剛度， $\delta$  是圍繞通過重心的水平  $z$  軸轉動的迴旋半徑（見圖 7.2-6）。尺度（單位） $a$  和  $b$  定義於圖 7.2-6 中。對於正交垂直平面內的運動，使用的是相同的圖 (7.2-7(a) 和 (b))，量值  $x$

和  $b$  分別用  $z$  和  $e$  代替（見圖 7.2-6）， $\delta$  現在是圍繞  $x$  軸的迴旋半徑。

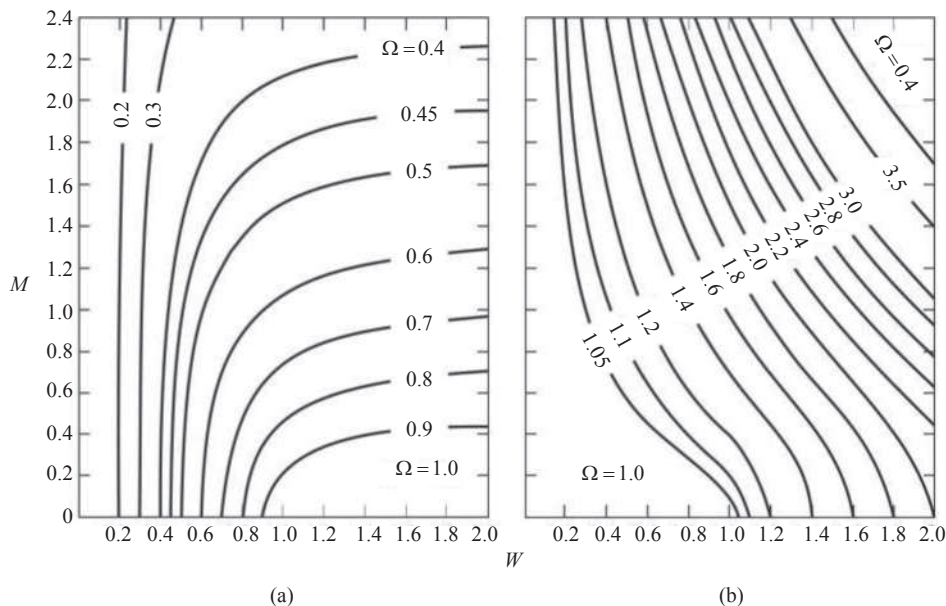


圖 7.2-7 確定特徵公式  $\Omega^4 - \Omega^2(1+W^2+M^2W^2)+W^2=0$  的根  $\Omega$  的圖

圍繞縱向  $y$  軸的轉動模態的共振頻率為：

$$f_y = \frac{1}{\pi} \sqrt{(b^2k_z + e^2k_x)/I_y} \quad (\text{Hz}) \quad (7-32)$$

$2b$  和  $2e$  為支撐彈簧的中心線之間的距離， $k_z$  為隔振器在  $z$  方向上的剛度，通常等於  $k_x$ ， $I_y$  為圍繞  $y$  軸的物體的慣性力矩。

剛度  $k_x$ 、 $k_y$ 、 $k_z$  的值通常可從隔振器製造商那裡獲得。注意，對於橡膠製品，靜態和動態剛度往往是不同的。這裡需要的是動態剛度。對於一個尺度（單位）為  $2d \times 2q$  的矩形剖面，圍繞一個通過中心且垂直於剖面的軸的迴旋半徑  $\delta$  為：

$$\delta = \sqrt{(d^2 + q^2)}/3 \quad (7-33)$$

當將隔振器放置於機器下方時，最好的做法是使用相同的隔振器，並且相對於機器的重心而對稱放置，使隔振器具有相等的載荷與位移。

對於一個多自由度系統，力傳遞的計算是很複雜的，在傳統的隔振器設計中通常不予考慮。然而，文獻中 (Mustin, 1968; Smollen, 1966) 討論了各種多自由度系統。一般而言，對於一個多自由度系統，如果所有共振模態的頻率小於激振力頻率的 2/5，那麼將得到一個良好的隔振系統。然而，一個力或力矩可能不會激發所有的簡正模態，未被激發的模態的固有頻率就不需考慮了，但是要確保它們與受迫頻率不一致。

### 三 雙級隔振

當單級隔振的效果不足並且實際中無法使用一個具有更低共振頻率的單級系統時，需要使用雙級隔振。例如，雙級隔振系統已用於將柴油引擎與大型潛艇的船體隔離開。

一個雙級隔振器如圖 7.2-8 所示，其中需要被隔離的機器表示為質量  $m_2$ ，中間質量塊表示為質量  $m_1$ 。媒質質量應當盡可能大，至少應當為被支撐的機器質量的 70%。

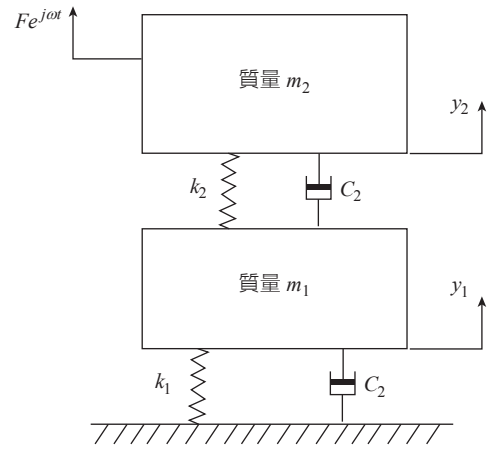


圖 7.2-8 雙級隔振

圖 7.2-8 中的質量塊  $m_1$  和  $m_2$  的運動方程式可寫作：

$$m_1 \ddot{y}_1 + C_1 \dot{y}_1 + k_1 y_1 - C_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - k_2 (y_2 - y_1) = 0 \quad (7-34)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + C_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + k_2 (y_2 - y_1) = F e^{j\omega t} \quad (7-35)$$

解這兩個方程式可得到每個質量的複數位移：

$$\frac{y_1}{F} = \frac{k_2 + j\omega C_2}{(k_1 + k_2 - \omega^2 m_1 + j\omega C_1 + j\omega C_2)(k_2 - \omega^2 m_2 + j\omega C_2) - (k_2 + j\omega C_2)^2} \quad (7-36)$$

$$\frac{y_2}{F} = \frac{k_1 + k_2 - \omega^2 m_1 + j\omega C_1 + j\omega C_2}{(k_1 + k_2 - \omega^2 m_1 + j\omega C_1 + j\omega C_2)(k_2 - \omega^2 m_2 + j\omega C_2) - (k_2 + j\omega C_2)^2} \quad (7-37)$$

傳遞到基礎的複數力為：

$$F_T = y_1 (k_1 + j\omega C_1) \quad (7-38)$$

因此，複數傳遞率  $\bar{T}_F = F_T / F$  為：

$$T_F = \frac{(k_1 + j\omega C_1)(k_2 + j\omega C_2)}{(k_1 + k_2 - \omega^2 m_1 + j\omega C_1 + j\omega C_2)(k_2 - \omega^2 m_2 + j\omega C_2) - (k_2 + j\omega C_2)^2} \quad (7-39)$$

複數變量具有實部和虛部，或者振幅和相對於激振力的相位。

已知公式右邊的參數取值時，寫一個計算機程序來計算式 (7-36) 和 (7-37) 提出的複數位移的振幅和相位、式 (7-39) 提出的複數力傳遞率是一件相對簡單的事情。注意，阻尼常數  $C_1$  和  $C_2$  是由臨界阻尼比  $\zeta_1$  和  $\zeta_2$  乘以臨界阻尼  $C_{c1}$  和  $C_{c2}$  得到的，根據式 (7-14) 分別利用剛度  $k_1$  和  $k_2$  以及質量  $m_1$  和  $m_2$  可得到  $C_{c1}$  和  $C_{c2}$ 。

由於一個雙級隔振系統具有兩個自由度，它將具有兩個對應於較高的力傳遞率的共振頻率。

雙級隔振器的無阻尼共振頻率可以利用下式計算 (Beranek and Ver, 1992) :

$$\left(\frac{f_a}{f_0}\right)^2 = Q - \sqrt{Q^2 - B^2} \quad \text{和} \quad \left(\frac{f_b}{f_0}\right)^2 = Q + \sqrt{Q^2 - B^2} \quad (7-40a,b)$$

式中：

$$Q = 0.5 \left( B^2 + 1 + \frac{k_1}{k_2} \right) \quad (7-41)$$

$$B = \frac{f_1}{f_0} \quad (7-42)$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_1}} \quad (7-43)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 k_2}{m_2 (k_1 + k_2)}} \quad (7-44)$$

$f_1$  為質量  $m_2$  固定時，質量塊  $m_1$  的共振頻率； $f_0$  為移走質量  $m_1$  時單自由度系統的共振頻率。複合系統的上共振頻率  $f_b$  比  $f_1$  和  $f_0$  都要大，而下頻率比  $f_1$  和  $f_0$  都要小。

當頻率高於第 2 個共振頻率  $f_b$  的 2 倍時，一個無阻尼系統的力傳遞率將近似等於  $[f^2 / (f_1 f_0)]^2$ ，正比於激振頻率的 4 次方，而對於單級隔振器而言，頻率高於共振頻率  $f_0$  的 2 倍時，力傳遞率近似為  $(f_1 / f_0)^2$ 。

圖 7.2-9 畫出了  $\zeta_1 = \zeta_2$  的特殊情況下一些質量比與剛度比所對應的雙級隔振器的力傳遞率。

#### 四 隔振器的注意事項

如果考慮機器的三維性質以及使用了多個基礎的事實，針對相對低的頻率處的力傳遞，迄今為止的分析可提出令人滿意的結果。對於大型機器或結構，這個頻率範圍通常為次聲，此時需要考慮的是防止物理性損壞或疲勞破壞。不幸的是，這些分析不能直接外推到可聽聲頻率範圍，因為這樣很容易使預測的衰減遠遠大於實際中所得到的。這是因為剛性機器以及剛性基礎的假設通常是不成立的。實際上，幾乎任何基礎以及幾乎任何機器在可聽聲頻率範圍內都有共振模態。

隔振器高頻性能的理论與實驗研究結果都已發表 (Ungar and Dietrich, 1966; Snowdon, 1965)。結果表明，與簡單的經典理論預測相比，可觀的隔振器質量和阻尼的影響使高頻力或位移明顯增加。當受迫頻率與被固定物體的固有頻率的 10 到 30 倍一樣時，開始出現這種影響。為了減少這種影響，被隔離質量與隔振器質量之比應盡可能大 (1000:1 是可取的)，而被隔離結構中的阻尼應當很大。隔振器中阻尼的影響不是那麼重要，但儘管如此，也應該盡量減少隔振器的阻尼。

為繼續討論，引入導納 (mobility) 的概念。一個系統組成部分的導納是一個複雜的、與頻率相關的量，定義為響應速度與正弦力輸入之比 (是機械阻抗的倒數)：

$$M = v / F \quad (7-45)$$

一個隔振器的有效性與被隔離質量、隔振器自身以及基礎或被連接的結構的相對導納有關。利用電路分析可以容易得出，單隔振器力傳遞率 (single isolator force transmissibility)  $T_F$  與組件導

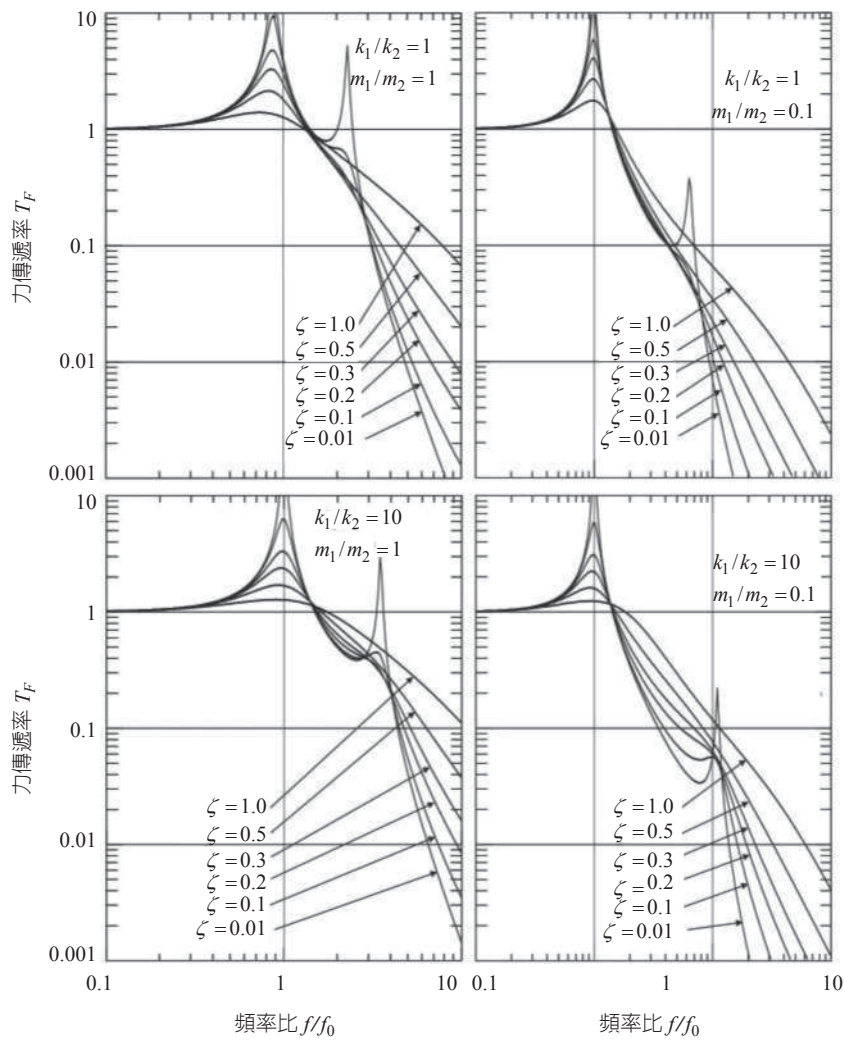


圖 7.2-9 不同剛度比與質量比對應的雙級隔振系統的力傳遞率。在所有圖中， $\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta$ 。

納之間的關係如下所示 (Beranek, 1988) :

$$T_F = \frac{M_m + M_f}{M_m + M_f + M_i} \quad (7-46)$$

$M_m$  為被隔離質量的導納， $M_f$  為基礎的導納， $M_i$  為隔振器的導納。對於一個剛性的被隔振的質量塊以及一個輕質彈簧，導納 (mobilities) 可計算如下：

$$M_m = \frac{1}{j\omega m_m} \quad (7-47)$$

$$M_i = \frac{j\omega}{k_i} \quad (7-48)$$

$$M_f = j(k_f/\omega - \omega m_f)^{-1/2} \quad (7-49)$$

在上述公式中， $m_m$  為被彈簧支撐的剛性質量塊的質量， $k_i$  為「無質量的」隔振器的剛度， $k_f$  和  $m_f$  為隔振彈簧連接處附近的支撐結構的動態剛度和動態質量。前兩個量值很容易計算，並且

與激勵頻率無關。後兩個量值與質量有關，並且很難估值，因此基礎的導納需要測量。

式 (7-46) 表明，除非隔振器的導納相對於機器與基礎的導納之和來說很大，否則隔振器是無效的。

一個簡單結構的導納可計算出，而任意結構的導納可測量出 (Plunkett, 1954, 1958)。文獻中發表了不同結構所對應的一些導納測量值 (Harris and Crede, 1976; Peterson and Plunt, 1982)。

在聲頻內利用適當剛度的隔振支座實現超過 20 dB ( $T_F < 0.1$ ) 的衰減是很少見的，而完全沒有衰減的情況是常見的。出於這個原因，一般盡可能使用非常柔軟的支座 ( $f_0 = 5 \text{ Hz} - 6 \text{ Hz}$ )。正如式 (7-46) 所表明的，如果一個支座是足夠有效的，那麼一個更柔軟的支座 ( $M_i$  更大) 將更加有效。

對於雙級隔振器 (two-stage isolator)，式 (7-46) 可寫為 (Beranek and Ver, 1992)：

$$\frac{1}{T_F} = \frac{M_{m2} + M_f + M_i}{M_{m2} + M_f} + \frac{(M_{i2} + M_{m2})(M_{i1} + M_f)}{M_{m1}(M_{m2} + M_f)} \quad (7-50)$$

在式 (7-50) 中，第 1 項對應於單隔振器系統，其中隔振器導納  $M_i$  與雙級隔振系統中兩個部分隔振器的串聯導納相等。下標  $m_2$  對應於被隔離機器的導納，下標  $m_1$  對應於中間質量的導納，下標  $i_1$  對應於中間質量塊與基礎之間的隔振器導納， $i_2$  對應於中間質量塊與被隔離機器之間的隔振器導納。

注意，式 (7-50) 中第 2 項表示利用雙級隔振器引起的性能改善，這種改善與中間質量塊的導納成反比，因此與中間質量的大小直接成正比。

一旦隔振器的總導納  $M_i$  被選定了，隔振器 1 和 2 之間的最佳分佈可由下式計算：

$$M_{i1} = r_i M_i \quad \text{和} \quad M_{i2} = (1 - r_i) M_i \quad (7-51)$$

並且

$$\text{最佳值} \quad r_i = 0.5[1 + (M_f - M_{m2}) / M_i] \quad (7-52)$$

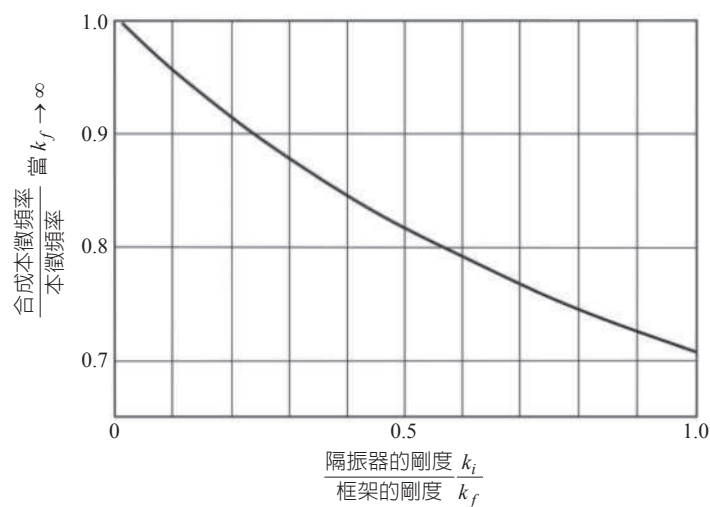


圖 7.2-10 具有一個彈性框架且被隔振器支撐的設備的固有頻率，表示為當框架為無限剛性時所得到的固有頻率的分數

### 1. 固定於隔振器上的設備剛性不足 (Lack of stiffness of equipment mounted on isolators)

如果設備被固定在一個非剛性框架上，而這個框架又被固定在隔振器上，那麼這個組裝體的固定安裝固有頻率將減小，如圖 7.2-10 所示。在這種情況下，因為框架非剛性，被隔離質量塊的導納  $M_m$  很大。根據式 (7-46)，隔振器的大值導納  $M_i$  對減少力傳遞率的有效性降低。顯然，剛性框架是有利的。

## 2. 基座剛性不足 (Lack of stiffness of foundations)

當一個振蕩力發生器固定於這樣的基礎上時，基礎的過度彈性影響很大。力發生器可能是風扇、空調單元，基礎可能是屋頂板。作為一項基本要求，根據式 (7-46)，如果希望將設備與其支撐結構隔離開，設備支座的導納  $M_i$  相對於基礎導納  $M_f$  來說必須很大。一個有效的標準是，固定安裝共振頻率應當低於支撐結構的最低共振頻率。

必須對設備的轉動頻率進行選擇，使該頻率及其諧波與共振頻率不一致，這對應於基礎 (或支撐結構) 的大值導納 (見式 (7-25))。如果支撐結構是彈性的，力發生器應當放置於盡可能剛性的區域，或支撐於剛性梁上，剛性梁可將力傳遞到基礎的剛性部分。如果不能使振動支座足夠柔軟的話，要選定它們的剛度，使得固定安裝共振頻率與支撐結構的共振頻率不一致，但是處於支撐結構具有小值導納的頻率範圍內。

## 3. 隔振器上的超負載 (Superimposed loads on isolators)

如果一個外力 (例如傳動皮帶內的張力) 施加於固定在隔振器的機器上，那麼必須設計隔振器使其在機器質量與外部負荷的共同作用下具有所需的剛度。將外力從機器傳遞到支撐結構的任何構件的剛度必須遠小於隔振器的，否則固定安裝共振頻率將增加，並且隔振器將變得無效。

## 7.2.2 隔振方式與設計原則

隔振器可直接設置在機器的機座下，也可以設置在與機座剛性連接的基礎下面，通常稱與機座剛性連接的基礎為隔振台座或剛性台座。剛性台座從材料角度可分為兩類：一類是由槽鋼角碼等焊接而成；另一類是由鋼筋混凝土澆鑄而成。應設置剛性台座的情況有：(1) 機器機座的剛度不足；(2) 直接在機座下設置隔振器有困難；(3) 為了減少被隔振物件的振動，需要增加隔振體系的質量和質量慣性矩 (mass moment of inertia)；(4) 被隔振物件是由幾部分或幾個單獨的機器組成。隔振方式通常分為支承式、懸掛式和懸掛支承式。

支承式為隔振器設置在被隔振設備機座或剛性台座下面。懸掛式是被隔振設備安裝在兩端為鉸的剛性吊杆懸掛的剛性台座上或直接將隔振設備的底座掛在剛性吊杆上，可用於隔離水平方向振動。

在考慮隔振方式時，應便於隔振器的安裝、觀察、維修以及更換所需要的空間，有利於生產和操作，應盡可能縮短隔振體系的重心與擾力作用線之間的距離。隔振器在平面上的佈置，應力求使其剛度中心與隔振體系 (包括隔振物件及剛性台座) 的重心在同一垂直線上。

對於積極隔振，當難於滿足上述要求時，則剛度中心與重心的水準距離不應大於所在邊長的 5%，此時垂直方向振幅的計算可不考慮回轉的影響。對於消極隔振，應使隔振體系的重心與剛度中心重合。對於附帶有各種管道系統的機組設備，除機組設備本身要採用隔振器外，管道和機組設備之間應加柔性接頭；管道與天花板、牆體等建築構件連接處均應安裝彈性接件，必要時，導線也應採用多股軟線或其他措施。隔振體系的固有圓頻率  $\omega_0$  應低於干擾圓頻率  $\omega$ ，至少應滿足  $\omega/\omega_0 > 1.41$ 。一般情況下， $\omega/\omega_0$  比值在 2.5 ~ 4.5 範圍內選取。

當振源為矩形或三角形脈衝時，脈衝作用時間  $t_0$  與隔振體系固有週期  $T$  之比，應分別符合  $t_0/T \leq 0.1$  或 0.2。在開機和停機的過程中，擾頻經過共振區時，需要避免出現過大的振動位移，

一般阻尼比取 0.06 ~ 0.1；對衝擊振動，阻尼比宜在 0.15 ~ 0.3 範圍內選擇，一般取 0.25 左右；消極隔振的台座因操作原因產生振動時，應有阻尼以使其迅速平穩，一般阻尼比在 0.06 ~ 0.15 範圍內。另外當傳統的串列隔振不能有效的降低干擾時，可以考慮並行設計。

## 7.3 隔振器材和隔振器

振動產生噪音。振動控制與噪音控制一樣，也是從三個方面著手，首先是振動源控制，清除或減小振動源產生的振動；其次是切斷和抑制從振動源向外界的振動傳遞；再次是防止振動物體或結構的共振。

隔振分為積極隔振和消極隔振兩大類，積極隔振又稱為主動隔振，它是將機器設備的振動隔離掉，以減少振動對建築物和對周圍環境的影響；消極隔振又稱為被動隔振，它是將來自外界的振動或來自基礎的振動隔離掉，以減少振動對機器設備或對精密儀器的影響。無論是積極隔振，還是消極隔振，最終都是透過採用隔振元件、隔振器件以及隔振材料來達到隔振的目的。因此，正確地設計隔振系統，合理選用隔振器件，顯得尤為重要。

### 7.3.1 要求與分類

對動力設備採用積極隔振措施，如動力吸振器，或對精密儀器、設備及建築物採取消極隔振措施時，應根據隔振要求，安裝隔振器的環境空間允許位置等對隔振器進行選擇。一般來說，為達到隔振目的，隔振材料或隔振器應該符合：

1. 彈性性能優良，剛度低。
2. 承載力大，強度高，阻尼適當。
3. 耐久性好，性能穩定，不因外界溫度、濕度等條件變化而引起性能發生較大變化。
4. 抗酸、鹼、油等的侵蝕能力強。
5. 取材容易。
6. 加工製作和維修、更換方便。

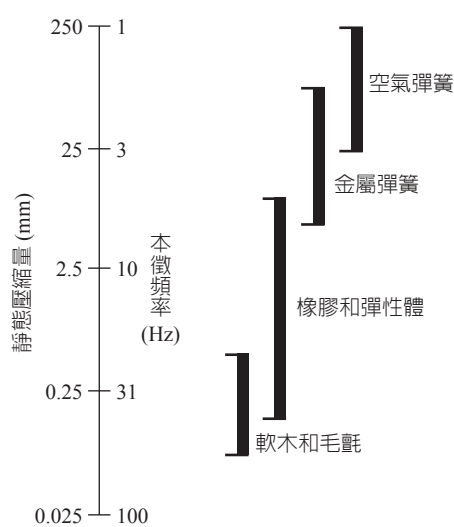


圖 7.3-1 不同類型隔振器的應用範圍

隔振器材和隔振器分類比較複雜，可按材料或結構型式分類，也可按用途進行分類。有四種彈性材料最常用於隔振器：橡膠，以壓縮墊或剪切墊（或剪切錐（cones））的型式；金屬，以各種形狀的彈簧或網眼墊（mesh pads）的型式；軟木（cork）和毛氈（felt），以壓縮墊的型式。對於應用上，材料的選擇取決於所需的靜態壓縮量（static deflection）以及預期的環境類型（例如油性、腐蝕性等）。以上所列的每種材料對應的通用靜態壓縮量的一般範圍如圖 7.3-1 所示。

從理論上來說，凡是具有彈性的材料，均能作為隔振元件。但在實際工程應用上，還受到許多其他條件的限制，例如，性能是否穩定，能否大量供應，是

否具有防水、防油、耐腐蝕性能，還有使用壽命的長短，加工安裝是否方便等。目前，國內大量使用的隔振元器件、隔振材料，大體分為以下四類：

第一，隔振器。隔振器是一種彈性支撐元件，是透過專門設計而製造出來的一種獨立的、自成體系的器件。最常用的隔振器分為金屬螺旋彈簧隔振器、橡膠隔振器、金屬絲網隔振器、金屬與橡膠複合隔振器、空氣彈簧隔振器等。

第二，隔振墊層。利用彈性材料本身的自然特性，置於需要隔振的基座下面，一般沒有確定的形狀尺寸（橡膠隔振墊除外），可按具體需要進行裁剪、拼排，滿足使用要求。常見的隔振墊層有軟木、毛氈、橡皮、海綿、玻璃纖維、泡沫塑料等。目前，在工業生產和民用建築中應用較廣泛的是專用橡膠隔振墊。

第三，管道撓性接管。在振動設備的進出管道上，安裝撓性接管，是防止振動從管道傳出的必要措施。對於管道內壓力較低的管道撓性聯接，可用帆布、人造革、石棉布等柔性材料，將管道斷開來。對於有較高壓力的管道撓性聯接，則必須採用符合有關標準或規範規定的定型產品，例如橡膠撓性接管、不鏽鋼波紋管等。

第四，其他隔振元件。例如彈性吊鉤、彈性托架、彈性隔振帶、彈性聯軸器、油阻尼器、動力吸振器等。

隔振器的選用，隨著振動控制技術的發展，隔振支撐的應用越來越引起人們的重視，應用也更為普遍。對於某一個具體的隔振系統來說，尤其是對那些外形輪廓不規則、重心位置不易計算的機器設備，如何正確地設計彈性支撐系統、正確地選擇隔振元器件和正確地佈置這些元器件，是設計人員十分關心的問題。在實際工作中，常常發生由於隔振系統計算不準，隔振元器件選擇不當，安裝位置不妥，致使隔振裝置達不到預期效果，有的甚至比不裝隔振器還要壞。對於一個高質量的可靠的隔振系統來說，不但有理論問題，更重要的是實際經驗，隔振器的選用應注意以下幾點：

1. 按隔振系統的性能指標來選擇隔振器。
2. 頻率範圍：為獲得良好的隔振效果，隔振系統的固有頻率與相應的擾動頻率之比應小於 0.7，一般推薦值為 1 : 2.5 ~ 1 : 4.5。當固有頻率 0.5 ~ 2 Hz 時，可選用金屬彈簧隔振器或空氣彈簧隔振器；當固有頻率 2 ~ 10 Hz 時，可選用金屬彈簧隔振器、橡膠隔振器、複合隔振器、海綿橡膠及泡沫塑料等；當固有頻率  $\geq 20 \sim 30$  比時，可選用毛氈、軟木、橡膠隔振墊以及某些較硬的橡膠隔振器、金屬絲網隔振器等。
3. 靜載荷和動載荷：隔振器的選用，必須考慮每一個隔振器或隔振墊的載荷，一般應使隔振元件所受到的靜載荷為允許載荷的 90% 左右，動載荷與靜載荷之和不超過其最大允許載荷。對於隔振墊，允許載荷或推薦載荷是指單位面積的載荷。各個隔振器所受到的載荷力求均勻，以便採用同一種規格的隔振器。對於隔振墊則要求各個部分的單位面積的載荷基本一致，在任何情況下，實際載荷不能超過最大允許載荷。當各支撐點上的載荷相差甚大，必須採用不同型號的隔振器時，應力求它們的載荷在各自允許範圍之內，而且力求它們的靜變形基本一致，這不僅關係到機組隔振後振動的狀況，而且關係到隔振裝置的固有頻率及隔振效果。在同一台設備上所選用的隔振器型號一般不超過兩種。

4. 使用環境條件：應考慮隔振元器件安裝場所的溫度、濕度、腐蝕等條件，它們直接影響到隔振元器件的使用壽命。另外，對隔振元器件的重量、尺寸、結構以及價格等因素，應做全面的綜合性考慮。

表 7.3-1 說明了隔振器材或隔振器的分類。

表 7.3-1 隔振器材或隔振器分類

隔振墊	橡膠隔振墊 玻璃纖維墊 金屬絲網隔振墊 軟木、毛氈、乳膠海綿等製成的隔振墊
隔振器	橡膠隔振器 全金屬隔振器（螺旋彈簧隔振器、蝶簧隔振器、板簧隔振器和鋼絲繩隔振器等） 空氣彈簧 彈性吊架（橡膠類、金屬彈簧類或複合型）
柔性接管	可曲繞橡膠接頭 金屬波紋管 橡膠、帆布、塑膠等柔性接頭

### 7.3.2 金屬彈簧隔振器

金屬彈簧是僅次於橡膠的在隔振器中最常用的材料。彈簧隔振器的承載能力從最輕的儀器一直變化到最重的建築。彈簧可以大批量工業化生產，並且它們各自的特性差異很小。它們可用作低頻隔振（共振頻率在 1.3 Hz 以上），因為透過選擇合適的材料和尺度（單位）可獲得很大的靜態壓縮量。金屬彈簧可用來提供幾乎任何頻率處的隔振。然而，當設計低頻隔振時，它們會有易傳遞高頻的應用缺陷。在彈簧末端與支撐點之間插入橡膠墊或毛氈墊可減少高頻的傳遞，並確保彈簧與支撐結構之間沒有金屬與金屬的接觸。

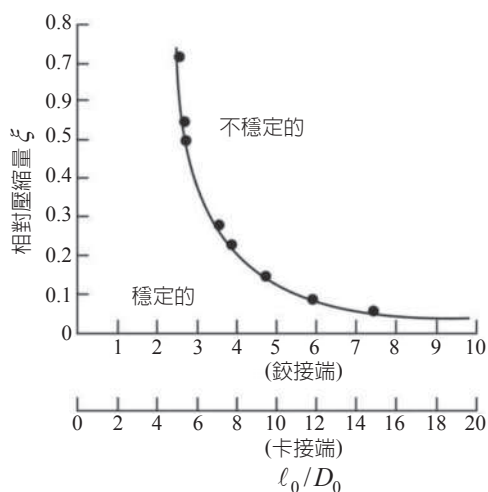


圖 7.3-2 螺旋彈簧相對壓縮量的穩定值與不穩定值

螺旋彈簧必須謹慎設計，以避免側向不穩定。對於穩定操作的情況，一個給定的彈簧壓縮比  $\xi$  所需對應的空載彈簧長度  $l_0$  與直徑  $D_0$  之比如圖 7.3-2 所示。金屬彈簧幾乎沒有有效的內部阻尼。然而，可以引入黏性流體阻尼、摩擦阻尼，或者更巧妙地以黏性空氣阻尼的型式。一個空氣阻尼的例子是，在低頻的固定安裝共振範圍內，通過彈簧的運動將空氣泵入泵出緩衝器，從而產生一個阻尼力，但是在更高頻率處，空氣的運動以及阻尼將顯著衰減，而緩衝器變成了一個與鋼彈簧並聯的空氣彈簧。這種結構在共振頻率處產生良好的阻尼，而在共振頻率以上產生衰減的阻尼，從而提出了更好的整體效果。高頻處隨之產生的剛度增加通常對所獲得的隔離效果影響不大。

鋼彈簧包括螺旋彈簧、扭轉彈簧、螺旋鋼絲繩彈簧、網狀彈簧，以及懸臂彈簧和單葉或多葉結構的梁彈簧。螺旋鋼絲繩彈簧阻尼非常小，如果需要它們提供足夠的隔振，必須利用與實踐中所經歷的相似的振動級進行謹慎的設計與測試。在多葉結

構中，葉片之間的接觸面摩擦力可提供摩擦阻尼，從而減少了高頻傳遞。透過在兩葉片之間放置合適的潤滑劑，可以得到黏滯或近似黏滯阻尼特性。絲網彈簧由一塊預壓縮的絲網塊構成，它的作用如同一個非線性彈簧與阻尼器的結合體。有時絲網彈簧與鋼彈簧連接起來使用，以承受一部分負載。這會對透過螺旋彈簧傳遞的高頻振動帶來阻尼。

在隔振工程中，鋼彈簧隔振器具有性能穩定、承載能力強、壽命長、抗環境污染能力強、計算可靠、固有頻率低等優點，隔振中應用較多，並且已有定型產品。常用為鋼圓柱螺旋彈簧隔振器。常用的彈簧鋼材的力學性能指標可按表 7.3-2 查看。

表 7.3-2 中所列容許切應力，為受動載荷次數在  $10^6$  以上或大衝擊載荷時的數值。目前彈簧隔振器一般採用 60Si2Mn 或 60Si2MnA。在對隔振器各種條件要求比較嚴格的場合，如減少彈簧鋼材表面脫碳或在熱處理保證其滲透性，則應選擇 60Si2CrA、60SiCrVA 或 50CrVA。如果要在體積不變的情況下增加彈簧的承載能力，則可選擇 60Si2CrVA。

表 7.3-2 常用彈簧鋼材的力學性能

材料名稱	容許切應力 $[\tau]$ /MPa	切邊係數 $G$ /MPa	彈性係數 $E$ /MPa
碳素彈簧鋼絲	( $\phi 4 \sim \phi 6$ mm) 420 ( $\phi 6.3 \sim \phi 8$ mm) 370	80000	200000
65Mn	( $\phi 4.8 \sim \phi 5.3$ mm) 400 ( $\phi 5.5 \sim \phi 3$ mm) 380	80000	200000
60Si <sub>2</sub> Mn 60Si <sub>2</sub> MnA 60Si <sub>2</sub> CrA	470	80000	200000
60Si <sub>2</sub> CrVA	560	80000	200000
50CrVA	440	80000	200000

圖 7.3-3 為圓柱螺旋彈簧的示意圖。鋼圓柱螺旋壓縮彈簧的計算步驟為：(1) 根據隔振體系的有關資料和要求，計算出每個彈簧應承受的載荷  $W$  和每個彈簧的豎向剛度  $k_z$ ；(2) 選擇彈簧的旋繞比  $C$ ；(3) 彈簧鋼絲直徑  $d$ ；(4) 彈簧有效圈數  $n$ ；(5) 彈簧總圈數  $n_1$ ；(6) 彈簧自由高度  $H_0$ ；(7) 彈簧最大高度  $H_n$ ；(8) 彈簧最小高度  $H_b$ ；(9) 彈簧節距  $h$ ；(10) 彈簧螺旋角  $\alpha$ ；(11) 彈簧展開長度  $L$ 。

### 7.3.3 橡膠隔振器和隔振墊

利用橡膠的剪切性能 (shear) 或壓縮性能的隔振器型式有很多，但是很少會利用橡膠的張力特性，因為拉伸狀態下橡膠的疲勞壽命很短。隔振器製造商通常會提供產品的剛度和阻尼特性。由於橡膠的動態剛度 (dynamic stiffness)(1.3 倍到 1.8 倍) 通常大於靜態剛度 (static stiffness)，因此應盡可能獲得動態數據。橡膠可在壓縮態或剪切態下使用，但是後者有更長的使用壽命。

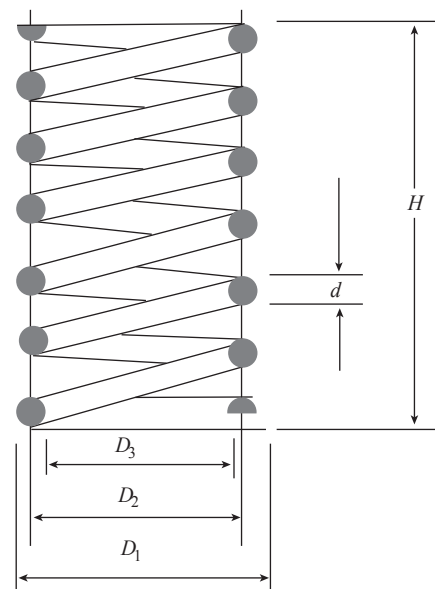


圖 7.3-3 圓柱螺旋彈簧示意圖

阻尼大小可由橡膠的成分進行調整，但阻尼能消耗的最大能量往往受到橡膠生熱特性的限制，生熱特性導致磨損。橡膠的阻尼通常與振動幅度、頻率和溫度有關。

壓縮墊型式的橡膠通常用來支撐較大負荷，並應用於較高頻率（共振頻率在 10 Hz 以上）。一個壓縮橡膠墊的剛度通常取決於它的大小以及側向膨脹的端部約束。通常使用的是有凸起肋紋的壓縮墊，肋紋將導致切向形變與壓縮形變的結合，以及一個與墊大小幾乎無關的靜態壓縮量。然而，這類壓縮墊的最大負荷通常小於 550 kPa。

橡膠減振座最常見用途是隔離中間物與輕質量機器，其中減振座中的橡膠處於剪切態。這種減振座的共振頻率範圍大約在 5 Hz 以上，這使得它們對於中頻範圍內的隔振非常有效。

橡膠隔振器和橡膠隔振墊在隔振中應用極為廣泛，其主要優點有：

1. 可以製成各種形狀和各種不同硬度的製品，具有良好的彈性和足夠的強度。
2. 可以使隔振系統的固有頻率做得較低，並且具有較高的阻尼。
3. 無論在拉、壓、剪切和扭轉受力情況下，變形都比較大。

和金屬彈簧隔振器相比，其缺點為：

1. 其固有頻率難以做到 5 Hz 以下。
2. 其抗環境污染與抗溫變化能力較弱，壽命較短。

在選用和設計時，要根據不同隔振物件和使用要求選擇橡膠隔振器（墊）的種類。

1. 天然膠：強度、延伸性、耐磨性和耐寒性均較好，且能與金屬牢固黏好，但耐熱性與耐油性較差。
2. 丁腈膠：耐熱耐油性能好，阻尼較大，並能與金屬牢固黏合。
3. 氯丁膠：主要是耐候性好，並能與金屬牢固黏好，但生熱性太大。常用於對防老化和防臭氧要求較高的地方。
4. 丁基膠：阻尼大，耐寒、耐臭氧和酸類作用方面也較好，但與金屬的黏合較困難。
5. 乙烯丙烯聚合物橡膠：主要用於溫度較高的環境。

橡膠隔振器的結構型式選擇：

1. 當橡膠隔振器承受的動載荷較大，或機器轉速較高（大於 1,500 r/min）時，可選用壓縮型隔振器。
2. 當橡膠隔振器承受的動載荷較小或機器轉速較低（600 ~ 1,500 r/min）時，可選用剪切型隔振器。
3. 介於上述兩者之間的情況，可選用壓剪複合型隔振器。
4. 當對隔振要求不高時，或要求投資低、使用方便時，可選用橡膠隔振墊。

剪切型橡膠隔振器具有較高的承載能力、較低的剛度和較大的阻尼等優點，是應用比較廣泛的隔振元件，固有頻率可做到 5 Hz。壓剪型橡膠隔振器的性能介於壓縮型和剪切型之間，適用於機器轉速為 1,000 ~ 2,000 r/min 時的隔振或衝擊隔離。橡膠隔振墊應用範圍十分廣泛，主要特點為通用性強，使用安裝方便，價格低，適用於轉速高（轉速 1,500 r/min 以上）的機器隔振和衝擊隔離，其串聯使用（多層墊複合）也能做到立向固有頻率較低。

### 7.3.4 機床隔振器

機床隔振器，又稱機床防振墊鐵。此類型隔振器主要用於金屬切削機床、橡塑機械、輕工機械、食品加工機械等。亦可以用於轉速較高的動力機械隔振和衝擊隔離。該類隔振器的特點是：

1. 安裝機床不需埋設地腳螺栓，操作簡單。
2. 可以調整機床高度，調整方便、迅速。
3. 可保證機床加工精度。在使用機床隔振器時，因為橡膠的蠕變現象和機床要求水平度較高，故新機床隔振器第一次使用時，兩週後再調節一次機床水準。圖 7.3-4 提出了充氣式減振墊鐵和橡膠剪切隔振器兩種常用機床隔振器。

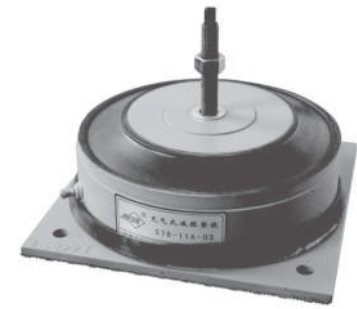


圖 7.3-4 常用機床隔振器

### 7.3.5 全金屬鋼絲繩隔振器

該類隔振器是以不鏽多股鋼絲絞合線，經均勻的按對稱或反對稱方式，在腐蝕金屬夾板上螺旋狀纏繞後，用適當方式固聯而成。其主要原理是，利用螺旋環狀多股鋼絲絞合線在負荷作用下所具備的非線性彎曲剛度和多股鋼絲間由於相對滑移而產生的非線性摩擦後，大量吸收和耗散系統運動能量，改善系統運行的動態平穩性，保護設備安全工作。

全金屬鋼絲繩隔振器最突出特點為載荷 - 變形曲線的非線性和較好的阻尼特性。此類隔振器當動載荷增加時，則動剛度隨之增加，從而抑制隔振器的振幅，增加了隔離設備的穩定性。設備暫態超載對隔振器影響不大，有明顯的超載荷能力，並且在較寬的載荷範圍內能維持基本不變的固有頻率。有較強的衝擊保護作用，能吸收較大的振動能量。在高頻低振幅時，阻尼小，而在低頻大振幅時阻尼大，這樣的特性可使得無論在共振區還是隔振區都能獲得最小的傳遞率。通常阻尼比變化範圍在 0.15 ~ 0.20 之間。另外，其載荷範圍寬，從結構上看，不僅其圈數可大可小，而且還可長可短，製造安裝都很方便。安裝方式根據情況需要可受壓、可斜置，也可剪切支承或吊支，是大有前途的較理想的隔振器。其性能特點是：穩定，壽命長，環境適應好，高低溫性能不變等。

### 7.3.6 空氣彈簧

空氣彈簧 (air springs) 是在一密封容器中充入壓縮空氣，利用氣體的可壓縮性表現彈簧作用。常用的空氣彈簧裝置由彈簧體、附加氣室和高度控制器三部分組成。在機械設備等振動隔離系統中，採用空氣彈簧具有的特點。設計時，彈簧的高度、承載能力、彈簧常數等是彼此獨立的，並且可在相當寬的範圍內選擇。空氣彈簧剛度，可以借助改變空氣的工作壓力，增加附加氣室的容積來降低剛度，可以設計出很柔軟的彈簧。

雖然空氣彈簧可用於非常低的頻率，但是隨著所需共振頻率的降低，製造變得越來越難且越來越貴；0.7 Hz 似乎是一個實際下限，該頻率很難實現。但是，1 Hz 的共振頻率就相對常見了。空氣彈簧由圍閉體積的空氣構成，受到後面的活塞或隔膜的壓縮。隔膜通常為首選，以避免與活

塞相關的摩擦問題發生。空氣彈簧的靜態剛度通常小於動態剛度，這是由空氣的熱力學性質引起的。環境溫度變化將造成空氣體積變化，而由空氣體積變化引起的機器高度變化可以利用伺服控制器增加或減少空氣來維持。

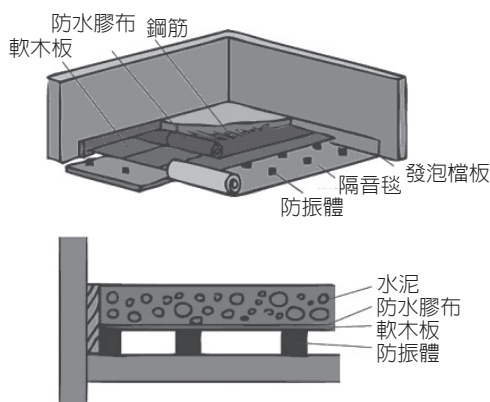


圖 7.3-5 空氣彈簧減振器

空氣彈簧的剛度隨載荷而變，故在不同載荷下，其固有頻率幾乎保持不變，故系統的隔振效果近似不變。透過高度控制系統，控制彈簧的工作高度在任何載荷下保持一定，有利於工程應用。同一空氣彈簧，透過工作氣壓的調整，可以有不同的承載能力。空氣彈簧對高、低頻振動、衝擊以及固體聲均有很好的隔離特性。阻尼的大小，可採用不同阻尼管進行調節。空氣彈簧的彈簧部分質量可以做得比較輕。例如承受 10 t 載荷，直徑為 500 mm 的空氣彈簧，除去上下面板，橡膠部分質量只有 5 kg 左右。圖 7.3-5 為空氣彈簧減振器照片。

### 7.3.7 軟木板

軟木具有質輕、耐腐蝕、保溫性能好、施工方便等特點，並有一定的彈性和阻尼，適用與高頻或衝擊設備的隔振。由於生產軟木的廠家不同，採用的原材料的粒徑和配方不同，產品的密度



資料來源：環境保護署。

圖 7.3-6 樓板衝擊音及防振方法

以及力學性能差別較大。在應用軟木時，可要求生產廠提供力學資料，或有條件自己進行性能測試。當無條件時，軟木板的壓力不宜超過 80 kPa，在此範圍內，靜態彈性係數  $E_s = 4,000 \text{ kN/m}^2$ ；軟木板的動靜彈性模量之比，可取  $n_d = 2.0 \sim 2.5$ ，阻尼比可取 0.05 ~ 0.07。其中軟木板的靜剛度可按  $k_s = E_s S / H$  計算。其中  $S$  為承壓面積， $H$  為厚度。工程上為防止樓板的振動，軟木板亦搭配防水膠布、隔音毯、發泡材料及防振體共同使用，如圖 7.3-6 所示。

軟木是用於隔振的最古老的材料之一。它通常處於壓縮態使用，有時處於壓縮和剪切的組合態。軟木的動態剛度與阻尼非常依賴於頻率。此外，剛度隨負載的增加而減小。

一般來說，被隔離的機器或結構固定於大型混凝土塊上，通過幾層 2 cm 到 15 cm 厚的軟木板將混凝土與周圍的地基隔離開來。為了獲得最佳性能，軟木應當加載到 50 kPa 到 150 kPa。增加軟木塊厚度可降低有效隔振頻率下限，在低頻處為了達到隔振需要較大的厚度，然而，較大的厚度關係到穩定性問題。儘管油、水以及中等溫度對軟木的工作特性沒有什麼影響，但是隨著時間的增加軟木會被外加負載壓縮。在房間溫度下它的有效壽命長達數十年，在 90°C 時壽命會衰減到不足 1 年。

### 7.3.8 毛氈

為充分利用毛氈的隔振有效性，應當使用最小可能面積的最柔軟毛氈，但同時要保證沒有

結構穩定性損失，或在靜荷作用下不會有過量壓縮。毛氈的厚度應盡可能大。對於一般用途，建議氈墊的厚度為 1 cm 到 2.5 cm，其面積為機器基礎總面積的 5%。對於無過量振動的裝置，沒有必要將毛氈固定在機器上。毛氈具有很高的內部阻尼 ( $\zeta \approx 0.13$ )，阻尼幾乎與負載無關，因此毛氈特別適合用來減少固定安裝機器的共振頻率處的振動。在大多數情況下，毛氈只在 40 Hz 以上為有效的隔振器。毛氈對於可聽聲頻率範圍內減少振動傳遞特別有效，因為它的機械阻抗很難與大部分工程材料相匹配。圖 7.3-7 所示的曲線提出了不同等級的毛氈的共振頻率作為靜荷的函數 (function of static load)。

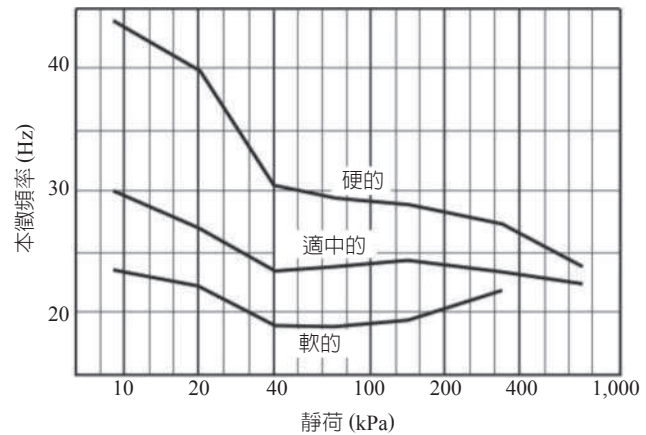


圖 7.3-7 25 mm 厚的毛氈的固有頻率作為靜荷的函數，用壓強單位表示

## 7.4 減振器

當振動問題發生在一個很窄的頻率範圍內時，動態減振器可能有用。減振器由一個質量  $m_2$  通過剛度為  $k_2$  的彈簧連接到振動結構或機器上的構成。振動結構或機器可理想化為一個通過剛度為  $k_1$  的彈簧懸架的質量塊  $m_1$ ，如圖 7.4-1 所示。

描述這個在頻率  $\omega$  處被激發的雙自由度系統 (two-degree-of-freedom system) 運動的方程式如下所示，與雙級隔振器對應的式 (7-34) 和 (7-35) 類似：

$$m_1 \ddot{y}_1 + C_1 \dot{y}_1 + k_1 y_1 - C_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - k_2 (y_2 - y_1) = F e^{j\omega t} \quad (7-53)$$

和 
$$m_2 \ddot{y}_2 + C_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + k_2 (y_2 - y_1) = 0 \quad (7-54)$$

兩個質量運動情況的穩態解為 (Soom and Lee, 1983)：

$$y_1 = |y_1| \cos(\Omega t + \theta_1) \quad (7-55)$$

$$y_2 = |y_2| \cos(\Omega t + \theta_2) \quad (7-56)$$

振幅  $|y_1|$  和  $|y_2|$  為 (Den Hartog, 1956; Soom and Lee, 1983)：

$$\frac{|y_1|}{|F|} = \frac{1}{k_1} \sqrt{\frac{\left(\frac{2\zeta_2 \Omega m_1}{m_2}\right)^2 + \left(\Omega^2 - \frac{k_2 m_1}{k_1 m_2}\right)^2}{\left(\frac{2\zeta_2 \Omega m_1}{m_2}\right)^2 \left(\Omega^2 - 1 + \frac{m_2 \Omega^2}{m_1}\right)^2 + \left[\frac{k_2}{k_1} \Omega^2 - (\Omega^2 - 1) \left(\Omega^2 - \frac{k_2 m_1}{k_1 m_2}\right)\right]^2}} \quad (7-57)$$

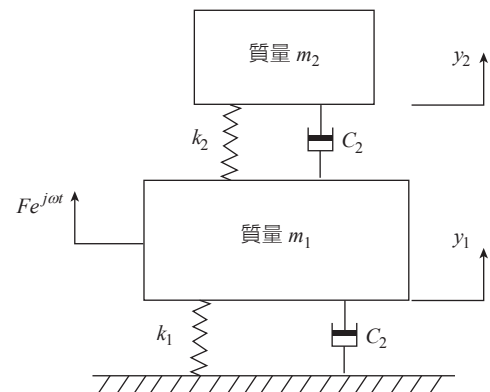


圖 7.4-1 減振器系統

$$|y_2| = |y_1| [(a/q)^2 + (b/q)^2]^{1/2} \quad (7-58)$$

式中： $\theta_1$  和  $\theta_2$  為兩個質量塊相對於激振力的相位角， $|F|$  為激振力的振幅，且有：

$$\Omega = \omega \sqrt{m_1/k_1} = f/f_0 \quad (7-59)$$

$$a = (k_2/k_1)^2 + 4\zeta_2^2\Omega^2 - (m_2/m_1)(k_2/k_1)\Omega^2 \quad (7-60)$$

$$b = 2\zeta_2(m_2/m_1)\Omega^3 \quad (7-61)$$

$$q = \left( \frac{k_2}{k_1} - \frac{m_2\Omega^2}{m_1} \right)^2 + 4\zeta_2^2\Omega^2 \quad (7-62)$$

$f_0$  為無減振器時質量  $m_1$  的共振頻率，量值  $k_1$ 、 $m_1$ 、 $k_2$ 、 $m_2$  定義於圖 7.4-1 中， $\zeta_1$  和  $\zeta_2$  為分別為質量  $m_1$  和  $m_2$  的懸架臨界阻尼比。它們定義為：

$$\zeta_1 = \frac{C_1}{C_{c1}} = \frac{C_1}{2\sqrt{k_1 m_1}} \quad (7-63)$$

$$\zeta_2 = \frac{C_2}{C_{c2}} = \frac{C_2}{2\sqrt{k_2 m_2}} \quad (7-64)$$

兩個質量中一個不存在時另一個的共振頻率為：

$$2\pi f_j = \sqrt{k_j/m_j} \quad j=1, 2 \quad (7-65)$$

對於一個減振器而言，外加質量塊 - 彈簧系統的頻率  $f_2$  通常被調整為與無減振器時系統的共振頻率  $f_1$  相一致，這樣使得質量塊與結構異相振動，從而提供一個與激振力相反的慣性力。當調諧頻率對應於激振頻率但不對應於無減振器的系統共振頻率時，外加彈簧質量塊系統被稱為振動平衡器，將在下一節中討論。

利用圖 7.2-7(a) 和 (b) 以及以下參數定義： $W = f_1/f_2$ 、 $M = (m_2/m_1)^{1/2}$ 、 $\Omega = f_i/f_1$ ，可以確定由減振器和機器聯合引起的兩個固有頻率  $f_a$  和  $f_b$ ，其中圖 7.2-7(a) 中下標  $i = a$ ，圖 7.2-7(b) 中下標  $i = b$ 。另外，可以利用式 (7-40) 到 (7-42)，需要注意的是這些公式所需的  $f_1$  的不同定義。

$m_2/m_1$  的質量比越大，具有減振器的系統固有頻率  $f_a$  和  $f_b$  與無減振器的系統固有頻率  $f_1$  之間的頻率間隔越大。質量塊  $m_2$  的位移振幅正比於質量比  $m_2/m_1$ 。因此， $m_2$  應當盡可能大。

如果針對的振動頻率是常數，那麼減振器的共振頻率  $f_2$  應當調節到與該頻率一致，此時質量塊  $m_1$  的振幅可能衰減為零。然而，更常見的是，如果針對的振動的頻率是可變的，並且在該系統上沒有外加阻尼，那麼最佳設計需要使外加系統的特徵頻率  $f_2$  等於需要處理的原系統的共振頻率  $f_1$ ， $m_1$  的微小位移是可接受的。另外，如果將阻尼  $C_2$  並聯加到剛度為  $k_2$  的減振器彈簧上，那麼最佳調頻 (為了使主質量塊  $m_1$  在頻域內的最大位移最小化) 需要滿足以下剛度與阻尼比 (Den Hartog, 1956)：

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{(m_2 / m_1)}{(1 + m_2 / m_1)^2} \quad (7-66)$$

$$\zeta_2^2 = \left( \frac{C_2}{C_1} \right)^2 = \frac{3(m_2 + m_1)^3}{8(1 + m_2 + m_1)^3} \quad (7-67)$$

不存在減振器時，系統共振頻率處質量塊  $m_1$  的響應  $|y_1|$  的預測位移振幅為：

$$\frac{|y_1|}{|F|} = \frac{1}{k} \sqrt{1 + 2(m_1 / m_2)} \quad (7-68)$$

在上述公式中， $F$  為激振力， $y_1$  為質量塊  $m_1$  的位移。圖 7.4-2 提出了不同質量的最優減振器的有效性圖，其中  $f_0$  為無減振器時質量塊  $m_1$  的共振頻率。

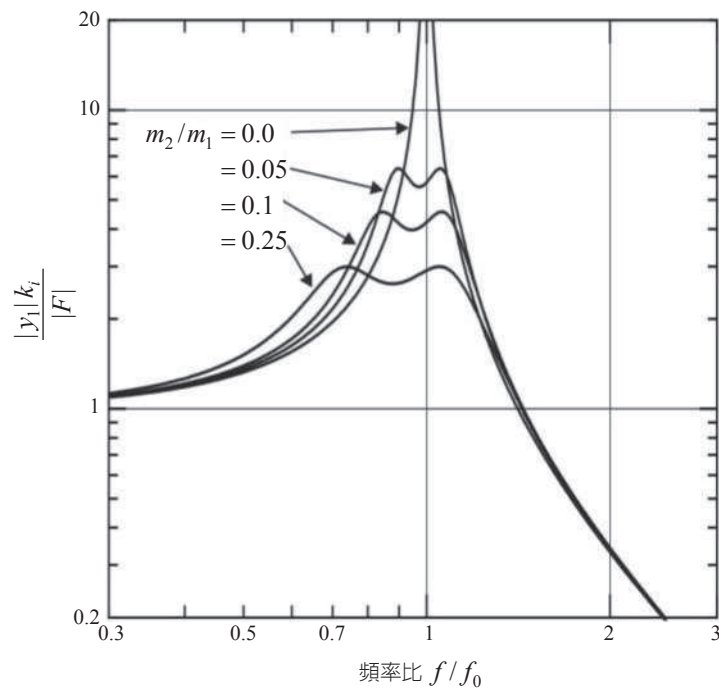


圖 7.4-2 減振器質量比變化時對應的減振器主質量塊的響應，以及剛度與阻尼比的最佳取值。主質量塊  $m_1$  沒有阻尼。與質量比 0.05、0.1、0.25 相對應的最佳剛度比  $k_2/k_1$  分別為 0.0454、0.0826、0.16。相對應的最佳臨界阻尼比  $\zeta_2$  分別為 0.00636、0.0168、0.0548

注意，Den Hartog (1956) 推導上述公式的基礎是，振動機械支撐系統中不存在已有阻尼（也就是說， $\zeta_1$  假設為零）。Soom and Lee (1983) 說明，隨著  $\zeta_1$  從 0 增加到 0.1， $\zeta_2$  的實際最佳值比式 (7-67) 所提出的增加了 2%（對於 0.5 的質量比）到 7%（對於 0.1 的質量比），實際最佳剛度比  $(k_2/k_1)$  比式 (7-61) 提出的減少了 6%（對於 0.1 的質量比）到 10%（對於 0.5 的質量比）。Soom and Lee (1983) 也說明，對於臨界阻尼比  $\zeta_1$  已大於 0.2 的系統，外加一個減振器並沒有什麼益處。

## 7.5 振動平衡器

振動平衡器 (vibration neutralizers) 與減振器的結構類似，但不同的是，振動平衡器的目標為非共振，而減振器的目標為共振。振動平衡器所關注的非共振發生在使結構在非共振頻率處振動的激勵頻率處。因此，振動平衡器的共振頻率被設定為引起不需要結構振動的激勵頻率。用於減振器的相同公式可以用於計算激勵頻率處產生的振動衰減。首先，利用式 (7-18) 所描述的理想

SDOF 系統計算未安裝振動平衡器時的振動幅值。然後，利用式 (7-57) 計算連接振動平衡器時的振動幅值。

## 7.6 振動測量

感測器可用來直接測量瞬時加速度、速度、位移和表面應變。在噪音控制應用中，最常用的測量值是加速度，因為它常是最方便測量的。然而，最有用的量值為振動速度，因為它的平方與結構的振動能量直接相關，從而與輻射聲功率直接相關。此外，大多數機器和輻射表面具有一個比加速度譜更平坦的速度譜，這意味著在頻譜分析中使用速度信號很有利，因為它允許利用一個倍頻程或 1/3 倍頻程濾波器或具有有限動態範圍的頻譜分析儀得到大量的信息。

對於單頻或窄帶噪音，位移  $d$ 、速度  $v$  和加速度  $a$  與頻率  $\omega$  有關，為  $d\omega^2 = v\omega = a$ 。從相位的角度看，速度超前位移  $90^\circ$ ，加速度超前速度  $90^\circ$ 。對於窄帶或寬帶信號，利用電子積分電路也可以從加速度測量值推导出速度。不幸的是，積分放大了低頻處的電子噪音，成為一個問題。另一方面，通過微分位移信號推出速度和加速度信號通常是不實際的，主要因為位移感測器的有限動態範圍，其次因為微分電子線路的成本。

噪音控制中很少使用的一個替代方案是，將應變計 (strain gauges) 固定在表面上以測量振動位移大小。然而，這裡不再深入討論這種技術。

### 7.6.1 加速度感測器

出於噪音控制目的，最常使用與振動表面相連的加速度 (accelerometer) 來測量振動。最常用的加速度計由一個小壓電晶體組成，它承載著一個較小的重量，並且它的固有頻率被設計為遠遠高於預期的激振頻率範圍。當無法滿足這一條件時，就可能產生與加速度計共振激發有關的問題，將機械式濾波器放置於加速度計底部與測量表面之間，可以以高頻響應為代價使加速度共振的影響最小化。這會導致較低頻率處精確度的損失，在頻率上使  $\pm 3$  dB 誤差點有效地向下偏移了五分之一。然而，利用機械式濾波器也會使高頻處的橫向靈敏度 (見下文) 顯著衰減，在某種情況下這是一個很明顯的優勢。有時，也可以在放大器輸出上使用一個電子濾波器來過濾掉加速度計的共振響應，但這在實際上會減小測量的動態範圍，因為放大器的動態範圍有限。

有質量負載的壓電晶體加速度計可看作是一個底部被驅動的單自由度系統，如圖 7.2-3 中情況 (b) 所示。晶體可能以壓縮態或剪切態承載負載，晶體提供剛度和系統阻尼以及慣性質量的一小部分，而負載提供了系統慣性質量的主要部分。很容易看出 (Tse et al., 1978)，在遠低於共振頻率處激勵這個系統所產生的響應由系統 (晶體) 剛度控制。在頻率設計範圍內，固定在晶體上的質量塊的位移  $y$  與加速度計基礎的位移  $y_1$  之間的差值  $(y - y_1)$  (見圖 7.2-3(b)) 將導致晶體內產生小的應力。利用某個非常高阻抗的電壓檢測電路通過晶體內電荷的變化來檢測這個應力，就像一個普通噪音計或一個電荷放大器所具有的電路那樣。雖然加速度是測量的量值，但是積分電路在市場上可以買得到，所以速度、甚至位移也可以測量。

根據圖 7.2-3(b)，位移之差為 (Tse et al., 1978)：

$$y - y_1 = y_1 X^2 / |Z| \quad (7-69)$$

式中：

$$|Z| = [(1 - X^2)^2 + (2X\zeta)^2]^{1/2} \quad \text{和} \quad X = f/f_0 \quad (7-70)$$

在上述公式中， $X$  為驅動頻率與加速度計的共振頻率之比， $\zeta$  為加速度計的阻尼比， $|Z|$  為從加速度計質量來看的阻抗係數 (modulus of the impedance)，它表示了放大倍數的倒數。加速度計所產生的電壓正比於  $(y - y_1)$ ，並且正比於加速度  $y_1 X^2$  除以阻抗係數  $|Z|$ ，如式 (7-69) 所示。

如果振動是週期性的，它通常將產生泛音。或者，如果它不是週期性的，響應可被認為是泛音的連續體。在任何情況下，若要使所測的加速度失真最小，就必須令放大倍數在整個感興趣的頻率範圍內基本上為常數。在這種情況下，固定在晶體上的質量塊與加速度計基礎之間的位移之差將產生一個正比於這個差值的電壓，根據式 (7-69)，這個電壓也正比於加速度計基礎的加速度。然而，由於式 (7-69) 中的放大倍數  $1/|Z|$  是頻率比  $X$  的函數，透過設計只能令它在某些規定範圍內是常數，但是失真總是存在的。振幅失真 (amplitude distortion) 百分比定義為：

$$\text{振幅失真} [(1/|Z|) - 1] \times 100\% \quad (7-71)$$

為了使失真最小，加速度計必須具有 0.6 到 0.7 之間的阻尼比，導出了一個有用的頻率範圍  $0 < X < 0.6$ 。

當使用電壓放大器時，加速度計的靈敏度取決於加速度計與其放大器之間電纜的長度。連接電纜的任何運動都可能產生虛假信號。電壓放大器必須具有一個非常高的輸入阻抗以測量低頻振動，並且不會明顯給加速度計增加電路負載，因為放大器使加速度計的電路時間常數減小，並且有效地降低它的靈敏度。市售的高阻抗電壓放大器允許不低於約 20 Hz 的精確測量，但是由於上述問題，電壓放大器很少被使用。

另外，電荷放大器 (不幸的是，它相對昂貴) 通常是首選，因為它們具有非常高的輸入阻抗，因此不會增加加速度計的輸出負載；它們允許頻率低至 0.2 Hz 的加速度測量；它們對長達 500 m 的電纜不敏感，並且它們對於電纜的運動相對不敏感。很多電荷放大器還具有積分加速度信號的能力，以產生正比於速度或位移的信號。該設備要小心使用，尤其是在低頻處，因為可能存在相位誤差和較大的電子噪音，尤其當使用雙積分電路來獲得位移信號時。有些加速度計具有內置電荷放大器，因此具有低阻抗電壓輸出，利用標準的低阻抗電壓放大器很容易放大這個輸出。

加速度計可以測量的最小振動級與其靈敏度有關，最低可低至  $10^{-4} \text{ m/s}^2$ 。最大振動級與尺度 (單位) 有關，對於小型衝擊加速度計最高可以達到  $10^6 \text{ m/s}^2$ 。大多數市售加速度計至少覆蓋了  $10^{-2} \text{ m/s}^2$  到  $5 \times 10^4 \text{ m/s}^2$  的範圍。這個範圍可依據加速度計的類型在一端或另一端延伸。

一個加速度計的橫向靈敏度是加速度計對與其主軸成直角的方向上運動的最大靈敏度。最大值通常列於校正圖上，應當比軸向靈敏度小 5%。很明顯，如果測量位置處的橫向振動幅值比軸向幅值大一個數量級，讀數會受到嚴重影響。

在電輸出正比於 (在  $\pm 5\%$  以內) 機械輸出的頻率範圍內，加速度計的頻率響應被認為本質上是平坦的。下限在前文中已經討論過了。上限通常剛剛好小於共振頻率的 1/3。共振頻率取決於加速度計的尺度 (單位)，可以低至 2,500 Hz 或高達 180 kHz。一般來說，具有較高共振頻率的加速度計體積較小且較不敏感。

選擇一個加速度計時，必須在其重量和靈敏度之間做出某種折衷。小加速度計更方便使用；它們可以測量更高的頻率，而在測試結構上增加質量負載不大，並且較小影響其振動特性。然而，它們靈敏度低，這為可測量的加速度振幅設定了一個下限。加速度計的重量範圍從針對大振幅（最多為 18 kHz）的微型加速度計的 0.65 克直到針對小的地面振動測量（最多為 700 Hz）的 500 克。因此，選擇一個加速度計之前，有必要知道大概的振幅範圍和預期的頻率，以及詳細的加速度計特性，包括各類放大器的影響（見製造商數據）。

### 一 測量誤差的來源

**溫度：**高於 100 °C 可導致加速度計靈敏度產生小的可逆變化，在 200 °C 時最多為 12%。如果利用一個散熱器和具有強制空氣冷卻的雲母墊圈來保持加速度計基礎溫度的話，那麼當固定在溫度高達 400 °C 的表面上時，靈敏度的變化將小於 12%。加速度計一般不能用在溫度超過 400 °C 的表面上。

**應力：**固定加速度計的基礎結構上的應力變化可能產生虛假信號。利用剪切式加速度計可減少這種影響，對於壓阻式加速度計這種影響幾乎可忽略。

**磁場：**對加速度計的輸出具有可忽略的影響，但是強烈的電場可能有很大的影響。利用一個微分前置放大器、從相同加速度計而來的兩個輸出信號（每個輸出來自於壓電晶體的一端，加速度計外殼作為共用接地端）可以減小電場的影響，以這種方式兩個輸出共有的電壓就被抵消了。如果測試物體接地，那麼加速度計必須與其進行電隔離，否則可能引起一個接地回路，在生成的加速度信號中產生一個較大幅度的 50 Hz 噪音。

### 二 暫態測量中的誤差來源

如果對於一個特定暫態或非常低頻率的加速度波形來說，加速度計電荷放大器的下限頻率不夠低，那麼將發生洩漏 (leakage) 現象。這將導致電荷放大器的波形輸出與加速度的波形不一致，在波形的峰值測量中將產生誤差。為避免這個問題，對於一個方波暫態，前置放大器的頻率下限應當低於  $0.008 / T$ ，對於半正弦暫態，應當低於  $0.05 / T$ ，其中  $T$  是以秒為單位的暫態時間長度。因此，對於一個持續時間為 100 ms 的方波類脈衝，電荷放大器設定的下限頻率應當為 0.1 Hz。

另一種現象可能發生在測量任何類型脈衝時，稱為「零點漂移」，即脈衝結束後電荷放大器的輸出可能是負值或正值但不為零，並且可能持續相當長的一段時間才會衰減到零。因此，如果在這種情況下使用積分網絡，可能產生很大誤差。當用加速度計測量接近其最大能力的暫態加速度時，問題最嚴重。置於加速度計與固定它的結構之間的機械式濾波器可減小「零點漂移」的影響。

當正在測量的暫態加速度包含加速度計有效測量範圍以上的頻率時，會發生振鈴現象。加速度計的固定安裝共振範圍應當不小於  $10 / T$ ，其中  $T$  為以秒為單位的暫態時間長度。振鈴效應會使電荷放大器輸出波形失真，並且會在測量中引起誤差。利用加速度計與固定它的結構之間的機械式濾波器可減小振鈴效應。

### 三 加速度計的校正

正常使用時，加速度計可能受到強烈的振動或衝擊，例如掉落，這可能會改變其特性。因

此，應當定期檢查其靈敏度，將加速度計固定在一個振動臺上，該振動臺以某個參考頻率產生一個已知的加速度值，或者將加速度計固定在一個已知標定的參考加速度計上。

#### 四 加速度計的安裝

一般來說，低頻到中頻的加速度測量會出現一些機械連接的問題。例如，對低於 5 kHz 的測量，可以簡單地用雙面膠帶將加速度計固定在測試面上。對於更高頻率的測量，可以用硬環氧樹脂、氰基丙烯酸酯膠黏劑或通過螺栓來固定加速度計。利用磁性基礎通常會將頻率上限限制為 2 kHz。對於 10 kHz 以下的頻率，蜂蠟可以用於溫度低於 30 °C 表面。因此，為了成功測量高頻處的加速度，需要謹慎地確保：(1) 加速度計的固定是牢固的；(2) 加速度計提供的質量負載是可忽略的。關於前者，建議嚴格遵循製造商推薦的固定方式。關於後者，下文可作為一個參考。

令加速度計的質量為  $m_a$  克。當質量  $m_a$  符合如下的相應公式時，所測的由加速度計質量負載引起的振動級比空載振動級至多低 3 dB。對於薄板：

$$m_a \leq 3.7 \times 10^{-4} (\rho c_L h^2 / f) \quad (\text{克}) \quad (7-72)$$

對於塊狀結構：

$$m_a \leq 0.013 (\rho c_L^2 D_a / f) \quad (\text{克}) \quad (7-73)$$

在上述公式中， $\rho$  為材料的密度 ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )， $h$  為板的厚度 (mm)， $D_a$  為加速度計直徑 (mm)， $f$  為頻率 (Hz)， $c_L$  為縱向音速 (m/s)。對於式 (7-72) 和 (7-73)，將  $c_L$  近似為  $\sqrt{E/\rho}$  就足夠了。

作為一般準則，加速度計的質量應當小於其所連接的振動結構動態質量或模態質量 (modal mass) 的 10%。加速度計質量對結構的某個共振頻率  $f_s$  的影響為：

$$f_m = f_s \sqrt{\frac{m_s}{m_s + m_a}} \quad (7-74)$$

式中： $f_m$  為固定了加速度計時的共振頻率， $m_a$  為加速度計的質量， $m_s$  為結構的動態質量 (通常近似為加速度計附近的質量)。準確測定結構共振頻率的方法為，在加速度計和結構之間放置多個不同質量，畫出所測的共振頻率與外加質量之比的圖，線性外推到零外加質量處。如果質量負載成為一個問題的話，加速度計的一個代替方法為使用雷射多普勒測速儀。

#### 五 壓阻加速度計

另一種類型的加速度計是壓阻式，它取決於壓阻元件 (例如應變儀) 中電阻變化的測量值。壓阻加速度計 (piezo-resistive accelerometer) 比壓電加速度計少見一些，對於同樣的尺度 (單位) 與頻響，前者通常比後者的靈敏度差一個數量級。壓阻加速度計的測量範圍低至直流 (或零頻率)、很容易校正 (通過倒置)、可以與低阻抗電壓放大器有效地使用。然而，它們需要一個穩定的直流電源，以激發壓阻元件。

### 7.6.2 速度感測器

速度測量值可提出與結構振動相關的能量估計值；因此，速度測量值通常是量化聲輻射的有效參數。

速度感測器 (velocity transducers) 一般有三種類型。最不常見的是由一個纏繞了絕緣線圈的圓柱形永磁鐵構成的非接觸磁性類。由於這類感測器只適合於兩個表面或結構的相對速度的測量，它對於噪音控制的適用性是有限的；因此，這裡不再進一步討論它。

最常見的類型是由圍繞一個永磁體的活動線圈構成的速度感測器。當速度感測器振動時，線圈中將產生感應電動勢 (EMF)。在適合於該感測器的 10 Hz 到 1 kHz 頻率範圍內，永磁體幾乎靜止，所產生的電壓與固定永磁體的表面的速度直接成正比。在這個頻率範圍以外，速度感測器的電輸出與速度不成正比。這類速度感測器被設計為具有較低的固有頻率 (在其有效頻率範圍以下)；因此，它通常相當重，可能為輕質結構增加大量負載。在固定時要注意，但並不需要像加速度計一樣嚴格，因為這類感測器具有相對低的頻率下限。

上述兩類速度感測器通常覆蓋了 1 mm/s 到 100 mm/s 的動態範圍。有些向下延伸到 0.1 mm/s，而另一些向上延伸到 250 mm/s。靈敏度普遍較高，可達到 20 mV/mm s<sup>-1</sup> 的量級。

低阻抗、便宜的電壓放大器適合於放大信號。操作或存放時的溫度不應當超過 120 °C。

第三類速度感測器為雷射測振儀 (有時稱為雷射多普勒測速儀)，注意，速度信號也可透過對加速度信號積分而獲得，雖然這通常會引起低頻電噪音問題和信號相位誤差。

### 7.6.3 雷射測振儀

雷射測振儀 (laser vibrometers) 是一種專門的、昂貴的儀器，它利用一個或多個雷射束來測量表面的振動，同時與表面沒有任何硬件接觸。它們比其他感測器貴很多，但是它們的應用範圍更廣泛。它們可用來研究那些表面上無法固定任何硬件的非常燙的表面的振動，以及連接任何硬件會影響其振動的輕質結構。

雷射測振儀的作用原理是檢測振動測試物體所散射的雷射的多普勒頻移。物體散射或反射從雷射束而來的光，利用所散射的光的多普勒頻移來測量速度沿雷射束軸的分量。由於雷射具有非常高的頻率，它的直接解調不可能的。因此，利用光學干涉儀將所散射的光與參考光束混合，其中參考光束的頻率與散射光束遇到振動物體之前的原始頻率相同。利用光檢器測量混合光的強度，混合光的拍頻等於參考光束與從振動物體反射而來光束的頻率差。對於一個同時以許多頻率振動的表面，拍頻將以適當比例包含所有這些頻率成分，因此，允許進行寬帶測量，然後以窄頻帶進行分析。

由於雷射測振儀的非接觸性，可以安裝它來掃描表面。三個雷射頭可同時使用來掃描一個表面，並在一個較寬的頻率範圍內估算出沿三個正交軸的瞬時振動，這都是幾分鐘之內的事。複雜的軟體可提供用戶指定的任何頻率處的表面振動圖。

目前可用的雷射測振儀設備通常具有 80 dB 或更高的動態範圍。通常可利用不同的處理模塊調整設備，使得最低和最高測量級可以變化，同時保持相同的動態範圍。有儀器可測量從 DC 直流到 20 MHz 的頻率範圍內上至 20 m/s、下至 1 μm/sec 的速度 (雖然是以不同的處理電子線路)。

也有可以測量扭轉振動的雷射測振儀，它們由照在旋轉軸上的雙光束組成。每個背向散射雷射束因軸表面在光束方向上的速度向量而產生多普勒頻移。速度向量由旋轉與橫向振動分量構成。處理軟體利用由兩個光束的多普勒頻移計算出的速度分量之差將旋轉分量分離出來。信號的 DC 直流部分為軸的每分鐘轉數，AC 交流部分為扭轉振動 (torsional vibration)。

### 7.6.4 儀器系統

用於將上述感測器連接起來的儀器系統取決於期望的複雜程度。利用一個簡單的測振儀可以記錄現場的整體或倍頻帶振動級。如果需要更詳細的分析，可以利用便攜式頻譜分析儀。另外，如果更希望在實驗室分析數據的話，可以利用高品質的 DAC 或 DAR 記錄儀記錄數據樣本並通過頻譜分析儀重放。後一種方法的優點是，可以用不同的方法和不同的頻率解析度來重新分析數據，當診斷一個特定振動問題時這一點尤為有用。

### 7.6.5 振動的單位

以分貝 (decibels) 為單位來表達振動通常較為方便。國際標準組織建議使用下列單位和參考級 (reference levels) 來描述加速度和速度。速度是以均方根值 (r.m.s.) 來測量的，單位為毫米每秒 (mm/s)，參考級為一奈米每秒 ( $10^{-6}$  mm/s, one nanometre per second)。速度級表達式  $L_v$  為：

$$L_v = 20 \log_{10}(v/v_{ref}), \quad v_{ref} = 10^{-6} \text{ mms}^{-1} \quad (7-75)$$

加速度是以均方根值來測量的，單位為米每平方秒 ( $\text{m/s}^2$ )，參考級為一微米每秒平方 ( $10^{-6}$   $\text{m/s}^2$ , one micrometre per second squared)。加速度級表達式  $L_a$  為：

$$L_a = 20 \log_{10}(a/a_{ref}), \quad a_{ref} = 10^{-6} \text{ ms}^{-2} \quad (7-76)$$

雖然沒有針對位移的標準，習慣上以峰峰值 (peak to peak quantity)  $d$  來測量它，單位是微米 ( $\mu\text{m}$ )，參考級為一皮米 ( $10^{-6}$  mm, one picometre)。位移級的表達式  $L_d$  為：

$$L_d = 20 \log_{10}(d/d_{ref}), \quad d_{ref} = 10^{-6} \mu\text{m} \quad (7-77)$$

當振動力是以 dB 為單位測量的，標準參考值為  $1 \mu\text{N}$ 。那麼力級的表達式為：

$$L_f = 20 \log_{10}(F/Fa_{ref}), \quad Fa_{ref} = 1 \mu\text{N} \quad (7-78)$$

## 7.7 振動表面的阻尼

### 7.7.1 阻尼何時是有效的或無效的

本節考慮是否應當在一個振動表面上應用某種型式阻尼的問題。市售的阻尼材料有很多型式，但它們通常較貴，並且如果使用不當可能完全無效。如果需要增加阻尼的結構正處於共振態，那麼這些材料通常對於相對輕質結構的衰減非常有效，隨著結構重量的增加逐漸變得不太有效。如果結構被與之連接的其他振動結構、或固體材料的碰撞、或流體的紊流衝擊機械地驅動的話，那麼響應將由共振模態主導，而受迫模態可忽略，這一點將在稍後解釋。在這種情況下阻尼將很有效，噪音衰減將等於表面振動級的衰減。對於所有其他情況，當結構以受迫 (或非共振) 響應振動時，阻尼基本上是無效的。

任何型式的結構都具有優先模態，即它們的振動所符合的振動模態。模態質量、剛度和阻尼可能與每個這樣的模態有關，其中每個模態對應於一個共振頻率，在該頻率處只需要一個很小

的激振力便可使結構強烈振動。每個這樣的模態可被方便地看作與圖 7.2-3(a) 類似的簡單的單自由度振盪器，其中基礎的阻抗無限大，並且其運動為零。一般來說，很多模態可被同時激發，在這種情況下，一個結構的響應可被認為是許多簡單的單自由度振盪器的共同響應 (Pinnington and White, 1981)。

聲負載 (acoustic load) 像一個施加於圖 7.2-3(a) 中質量上的一個外加小作用力，它出現在空氣中被機械或聲學驅動的板面或結構面的振動中，與驅動力相比它通常很小，故表面位移幾乎獨立於聲負載。其結果是表面的模態位移響應決定了表面輻射與聲場 (聲負載) 的耦合。在遠高於 (模態) 共振的頻率處，位移與阻尼無關。在高頻範圍內，系統響應可被稱為是質量控制的。

考慮一個擴展系統的響應時，例如一個承受分佈力的面板或結構表面，問題變得比較複雜；當力分佈符合模態位移分佈時，以非共振頻率的其他頻率驅動結構模態是可能的。上述現象稱為強迫響應。例如，在面板的質量控制頻率範圍內，一個入射聲波將面板的模態驅動為遠高於其共振頻率的受迫響應；這些模態的響應由它們的模態質量控制，本質上與阻尼無關。

如果表面或結構的聲輻射是由遠高於共振頻率所驅動的模態支配的話，那麼增加阻尼將對所產生的聲音具有很小影響或幾乎沒有影響。例如，如果面板被一個入射聲場激勵，那麼受迫模態將被強烈地驅動，並且對輻射聲的貢獻最大，雖然共振模態可能支配表面上的振動響應 (vibration response)。

當結構被一個單頻噪音或帶噪音激勵時，所產生的振動模態將是多種模態的疊加，一些模態在其共振頻率或附近處振動，一些模態在與其共振頻率相當不同的頻率處振動。受迫振動模態通常比共振模態具有更低的振動幅度。然而，在低於表面臨界頻率的頻率處，受迫振動的聲輻射效率為 1，從而遠遠大於大振幅共振模態的效率。因此，振動級的衰減並不總與輻射聲的衰減相關，例如通過增加阻尼。在這種情況下，將阻尼作為噪音控制的手段可能是無效的。

可能出現這樣的情況：所測量的振動由聲輻射較弱的模態控制，而聲輻射由高效輻射聲音並且具有較低振動級的模態控制，事實上在空氣傳播聲激勵的情況下這經常發生。在這種情況下，導致聲輻射的模態無法在振動中被檢測出，因為它們被聲輻射效率很低但振動很強烈的共振模態所淹沒。而在面板上增加阻尼材料通常對通過板的聲傳播具有很小的影響，除了在某一共振響應 (resonant response) 的窄範圍內影響較大。這些結果說明，利用表面阻尼作為噪音控制手段時要謹慎操作。

### 7.7.2 阻尼減振法

控制振動及其傳遞的三個基本因素是彈簧或隔振器的剛度、被隔離物體的質量以及系統支承的阻尼。阻尼性能參數較難測試，減噪效果不易預估。因此，在一般情況下首先是採用增加質量、改變剛度、加裝隔振器或動力吸振器等方法來控制振動。在某些特殊的場合，仍如對一些薄板結構的振動控制，就需要採取阻尼減振的方法。阻尼減振可以抑制共振頻率下的振動峰值，減少振動沿結構的傳遞，降低結構噪音。

阻尼減振技術近年來得到了迅速的發展，利用阻尼材料的特性以及阻尼結構的合理設計，達到減振降噪的目的。阻尼材料是一種高分子材料，在轉換模態時具有高阻尼特性，可對振動結構在較寬頻率範圍內起抑制峰值的作用。

阻尼材料分為阻尼板材和阻尼塗料兩大類。由於阻尼材料是一種新型的正在不斷發展的新材料，其製造工藝、配方、測試手段、評價方法等還不夠完善，性能有時也不太穩定，同時在防火、防水、防潮、防油、防腐等方面的性能有待改進。

金屬薄板結構的阻尼可透過在金屬板上使用阻尼材料來實現，如車身上使用的一樣。各製造商提供了很多種用於此目的的阻尼材料。它們可能是條帶、片材或像油漆一樣使用的噴劑型式。它們都是利用一些非硬化、黏彈性材料。為獲得最佳效果，阻尼材料層的重量應當至少等於基底層的重量。

使用疊層結構(見圖 7.7-1)可以更高效、更有效的利用阻尼材料，疊層結構為一層或多層薄板金屬層、每一層用黏彈性材料隔開、整體固定在一起。很薄(大約 0.4 mm)的黏彈性材料層符合這些拘束層系統的要求(見 Cremer et al., 1988, p. 246-255)。當金屬薄片拘束層的厚度與基底結構相等時，基底結構將產生最大的振動衰減。對於高頻振動的衰減，黏彈性阻尼層應當比低頻振動衰減的阻尼層更硬。

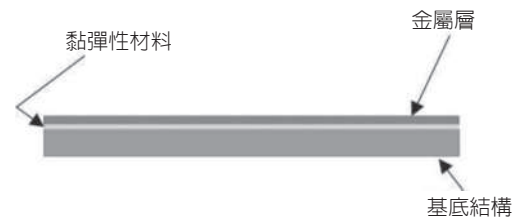


圖 7.7-1 約束阻尼層結構

鉚接金屬結構比焊接結構提供更多的阻尼。其阻尼機制是分界面間摩擦力與通過裂縫的空氣泵的結合，雖然真空中該結構上的工作意味著後一種機制佔主導地位(Beraneck, 1971)。因此，阻尼板可以由鉚接、螺栓栓接或點狀黏合到一起的層狀材料構成。

另外，阻尼塗料是一種特殊的塗料，可以將其塗於各種材料表面，它具有減振、降噪、隔振和密封的作用，廣泛應用於航天器、飛機、船舶、車輛和各種機械設備的減振、降噪。各種隔聲板材內表面塗以阻尼材料可提高其隔聲性能，塗料可以用刷或噴的方法直接塗覆於結構表面，施工簡便，施工前應仔細除油和除鏽。阻尼塗料的施工方法比較簡單，塗覆前應將被塗表面除油，除鏽。阻尼塗料一般直接塗覆在金屬板表面上，它具有優良的附著力和抗衝擊性能，也可與環氧等類底漆配合使用。施工時應多次塗刷，每次不宜過厚，等乾後再塗第二層，固化時間應待塗層乾硬為止，以保證一定的彈性。使用前應將塗料充分攪均勻，施工環境應保持良好通風，嚴禁點火。

## 7.8 阻尼的測量

阻尼與結構或聲學空間的模態響應(modal response)有關。特別地，對於房間和結構來說，耗損因子  $\eta$  (loss factor)、品質係數  $Q$  (quality factor) 和阻尼係數  $\zeta$  之間的關係是相同的。由於房間的模態密度隨著頻率的增加而迅速增加，所以只能在低頻處對單個模態進行研究；然而，例如面板等結構的模態密度是恆定的、與頻率無關的，因此在結構的情況下，可以在所有頻率處對單個模態進行研究。

阻尼有很多型式，但是黏性和遲滯阻尼(hysteretic damping)是最常見的。正如所解釋過的，可以相對簡單地從理論上描述它們，因此它們已經被很好地研究過了。黏性阻尼正比於結構運動的速度，且具有最簡單的分析型式。阻尼係數  $\zeta$  的定義中含有黏性阻尼，介紹緩衝器時在圖

7.2-3 中明確指出過了。利用這種阻尼很好地描述了房間中的模態阻尼。

透過分析結構並引入複彈性係數，遲滯（或結構）阻尼已經被辨別並研究過了。遲滯阻尼被描述為材料的複彈性係數的虛部，稱為耗損因子  $\eta$ ，那麼彈性係數  $E$  替換為  $E(1 + j\eta)$ 。因此，遲滯阻尼與位移成正比，並且很適合於描述許多機械結構的阻尼，雖然不是所有結構。

為了測量耗損因子，可以將結構與機械振動器直接相連或者使用一個錘子 (hammer) 震激 (shock excitation)，在結構中激發出模態。當將結構與機械振動器直接相連時，振動器與被驅動結構之間的耦合是很強的。在強耦合的情況下，振動器轉子的質量與振動器的阻尼變成了振盪系統的一部分，在分析中必須考慮進去。或者也可以使用機械錘，可以直接測量和記錄作用於結構上錘擊脈衝。這個信息允許直接確定結構的響應和耗損因子。

利用實驗確定的頻率響應函數 (Ewins, 1984) 通過曲線擬合方法可確定遲滯阻尼 (Ewins, 1984)。對於輕質或輕阻尼的結構，這個方法最適合於使用機械錘激振，它避免了上面提到的振動器耦合問題。

如果一個簡單的但不太精確的測試方法就能滿足要求的話，那麼使用本節中描述的方法之一便可以。如果使用的是迴響衰減法，那麼避免與上面提到的強耦合相關的問題就很重要了，以確保測量到的阻尼是由所需測的結構阻尼控制的而不是激勵設備的阻尼控制的。

在激振器 (excitation) 關閉時使用一個熔斷裝置將驅動器與結構分離開可以避免強耦合的問題。另外，可用錘子或不含有永磁鐵的非接觸式電磁感應圈來激勵結構。在後一種情況下，結構會在驅動源頻率的 2 倍處被激勵。

當使用頻帶濾波器來處理用來監測結構振動的感測器的輸出時，重要的是確保濾波器衰減率遠大於所測量的衰減率，使得濾波器的衰減率不會控制到所測量結構振動的衰減率。這往往意味著必須滿足下列關係式，其中  $B$  為濾波器帶寬 (Hz)：

$$BT_{60} \geq 16 \quad (7-79)$$

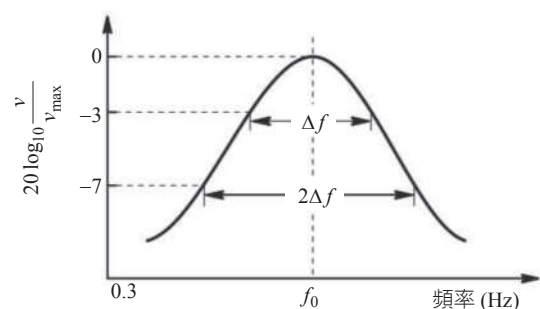


圖 7.8-1 根據頻率響應函數 (FRF) 頻帶測量值確定系統的阻尼

如果使用模態帶寬的穩態測量法來確定阻尼的話，那麼有必要使激振力在整個模態帶寬的頻率範圍  $\Delta f$  內是常數。這個測量需要確定共振頻率並識別出共振點上下 3 dB 下降點處的模態響應 (using a sinusoidal excitation signal，利用正弦激勵信號)，如圖 7.8-1 所示。在某些情況下，利用 7 dB、10 dB 或 12.3 dB 下降點處的帶寬可獲得更好的結果。在這些情況下，式 (7-80) 中使用的  $\Delta f$  值分別是所測帶寬的 1/2、1/3 或 1/4，如圖 7.8-1 中對 7 dB 下降點的說明。

根據共振頻率附近的頻率響應函數的幅值也可以直接確定帶寬，由結構加速度響應與激振力之比來確定 (Ewins, 1984)。在上述情況下，使激振力在整個模態帶寬範圍內保持常數並不重要，衝擊錘通常用作激振源。

模態阻尼和帶寬說明方面，在低頻範圍內所記錄的頻率響應峰值具有有限寬度，該寬度與所研究的房間的響應有關。可以定義一個帶寬  $\Delta f$ ，它與每個模態相關，在這個共振頻率範圍內，

聲壓的平方大於或等於共振處聲壓平方的一半。頻率下限和上限界定了一個共振，以這種方式定義的界限稱為半功率點。半功率點處對應的響應比峰值響應低 3 dB。參考該圖，在識別出的單獨共振處，可以很容易地確定對應的帶寬。

帶寬  $\Delta f$  與模態的阻尼有關；模態的阻尼越大，帶寬越寬。對於聲學空間而言，例如房間中的聲音，模態阻尼通常用阻尼係數（同臨界阻尼比 (critical damping ratio)）表達，阻尼係數是一個黏性量並且與質點速度成正比；對於結構而言，模態阻尼通常用模態耗損因子  $\eta$  來表達， $\eta$  是一個滯後量並且與位移成正比。另外，結構中的衰減也可能與黏性有關，可以用臨界阻尼比  $\zeta$  來表達， $\zeta$  通常用來描述機械系統中的阻尼。這些量值可能彼此相關，並且與以能量為基礎的共振模態品質係數  $Q$  或對數衰減  $\delta$  具有以下關係：

$$\Delta f/f = 1/Q = \eta = \frac{2\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \delta/\pi \quad (7-80)$$

品質係數  $Q$ ：對於任何共振，可以定義一個品質係數 (quality factor)， $Q$  為一個週期中儲存的能量與耗散的能量之比：

$$Q = 2\pi E_s/E_D \quad (7-81)$$

儲存的能量  $E_s$  正比於聲容與聲感乘積的平方根，而耗散的能量  $E_D$  正比於聲阻。這可以推出對於亥姆霍茲共振器的串聯電路品質係數  $Q$  的表達式：

$$Q = \frac{1}{R_s} \sqrt{X_C X_L} = \frac{\rho c}{R_s} \sqrt{\frac{\ell_e}{SV}} \quad (7-82)$$

式中： $\ell_e$ 、 $S$ 、 $V$  分別為頸部的有效長度、剖面積、共振腔體積。

在大多數情況下，聲阻項  $R_s$  由共振器頸部的聲阻控制，可利用式 (7-83) 計算。例如，一個長度為  $w$  (m)、剖面為  $S$  (m<sup>2</sup>)、內管橫截周長為  $D$  的孔或管道的聲阻  $R_A$  (kgm<sup>-4</sup>s<sup>-1</sup>) 可利用下面的公式計算：

$$R_A = \frac{\rho c}{S} \left[ \frac{ktDw}{2S} \left[ 1 + (\gamma - 1) \sqrt{\frac{5}{3\gamma}} \right] + 0.288 kt \log_{10} \left[ \frac{4S}{\pi h^2} \right] + \varepsilon \frac{SK^2}{2\pi} + M \right] \quad (7-83)$$

式 (7-83) 的推導主要參考了 Morse and Ingard (1968)。在式 (7-83) 中， $\rho c$  為空氣的特性阻抗（對於室溫下的空氣為 415 MKS rays）， $\gamma$  為比熱比（對於空氣為 1.40）， $k$  ( $=\omega/c$ ) 為波數， $\omega$  為角頻率 (rad/s)， $c$  為聲速 (m/s)， $M$  為通過管道或孔的任意平均流的馬赫數，量值  $h$  和  $\varepsilon$  將在以下分別討論， $t$  為黏性邊界層的厚度：

$$t = \sqrt{2\mu/\rho\omega} \quad (7-84)$$

在上述公式中， $\mu$  為動態氣體黏度（對於 20 °C 的空氣為  $1.84 \times 10^{-5}$  kgm<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>）， $\rho$  為氣體密度（對於標準溫度和壓力下的空氣為 1.206）。

式 (7-83) 中的第 1 項代表沿著管道長度的衰減。這一項通常可忽略，除非管道很小或頻率很高。另一方面，由於這一項取決於長度  $w$ ，所以對於非常長的管道，這一項可能變得很大。這一項是根據 Morse and Ingard (1968) 中的式 (6.4.5)、(6.4.31)、(9.1.12) 推導而來的。

式 (7-83) 中的第 2 項代表孔或管道入口處的黏滯損失，它是量值  $h$  的函數。對於厚度 ( $w \approx 0$ ) 可忽略的薄板中的孔， $h$  為板厚度的一半或式 (7-84) 提出的黏性邊界層厚度  $t$  這兩者中較大的一個。另外，如果孔是管道 ( $w \gg 0$ ) 的入口，那麼  $h$  為孔的棱角半徑或黏性邊界層厚度這兩者中較大的一個。這一項是根據 Morse and Ingard (1968) 中的式 (6.4.31) 和 (9.1.23) 推導而來的。

式 (7-83) 中第 3 項代表孔或管道出口處的輻射損失。對於輻射入直徑遠小於聲波波長的空間的管道來說 (例如，管道中的膨脹室)，參量  $\varepsilon$  可被設為零。或者，對於輻射入自由空間但出口處沒有凸緣的管道來說， $\varepsilon$  應當設為 0.5。對於以凸緣出口為末端或從一個非常大的平面牆或障板輻射入自由空間的管道來說， $\varepsilon$  應當設為 1。

式 (7-83) 中第 4 項，即最後一項，代表通過孔的平均流，存在平均流時它通常為主要的項。只有當馬赫數小於約 0.2 時它才有效。對於孔小於承載著流的管道的剖面的情況，這一項實際上是 Morse and Ingard (1968) 中式 (11.3.37) 的第 1 項。對於不存在平均流的高音壓位準，平均流馬赫數  $M$  可以用質點速度振幅對應的馬赫數替代。

然而，在共振腔或者特別是頸部放置聲吸收材料將顯著增加聲阻。這會擴寬共振器有效的帶寬，但以減少共振區域的有效性為代價。

對剖面為  $S$ 、有效長度為  $l_e$  的 1/4 波長短管，共振頻率和品質係數由下式提出 (Beranek, 1954, p.129 and 138)：

$$\omega_0 = \frac{\pi c}{2l_e}; \quad Q = \frac{\pi \rho c}{6R_s S} \quad (7-85a,b,c)$$

上述針對亥姆霍茲共振器和 1/4 波長短管的討論在低頻處適用，在這些頻率處共振器的任何尺度都不超過波長的 1/4。它也適用於形狀與球體或立方體差得不太多的共振器。Howard 等 (2000) 利用有限元素分析法證明，亥姆霍茲共振器的共振頻率獨立於共振器的縱橫比。在這些頻率處，共振器的插入損失很大，這種多共振性質在設計大型工業共振式消音器中很有用。

和共振器帶寬有關的品質係數  $Q$  是共振器 (或 1/4 波長短管) 頸部剖面與安裝共振器的管道的剖面之比的函數。根據式 (7-80)，品質係數越小，共振器能提供明顯降噪的頻帶寬度越大。然而，即使面積比接近於 1 (比例遠遠大於 1 通常不實用)，品質係數仍相對較高，對應的頻帶寬度很小，這導致噪音衰減取決於純音噪音源的頻率穩定性。而這又取決於噪音所依賴的物理參量的穩定性，例如管道溫度或產生噪音的設備的轉速。因此，當這些物理量變化時，共振器的有效性將產生明顯改變。利用控制系統來驅動一個可移動的活塞以改變共振器的體積，使單頻被最大化地抑制，可克服上述問題。另外，使用被調整到略微不同頻率的、間隔為所感興趣頻率處一個聲波波長的兩個或多個共振器，可以部分解決有限帶寬的問題。

臨界阻尼比  $\zeta$  在「7.2.1 一、單自由度系統」一節中討論，對數衰減  $\delta$  在本節中討論。這裡透過模態耗損因子  $\eta$  與品質係數  $Q$  之間的關係將其表示為以能量為基礎的量值。耗損因子  $\eta$  有時在聲學中作為一個以黏性為基礎的衰減量使用。更常見的是，在結構構件中，它作為以滯後衰減效應為基礎的結構耗損因子。對於固體材料，以一個複雜的彈性係數  $E' = E(1 + j\eta)$  來定義它，其中  $E$  為彈性楊氏係數。耗損因子的這個用途在「7.2.1 一、單自由度系統」一節中討論。正如根據式 (7-80) 所觀察到的，當模態耗損因子  $\eta$  很小時，這一點對於大部分實際情況都成立，所得的推論是臨界阻尼比也很小，且  $\eta = 2\zeta$ 。

在低頻處，可識別出單獨的模態帶寬並可直接測量。在高頻處，無法識別出單獨的模態，可以利用下面的公式以衰減時間的測量值來計算平均帶寬 (Beranek, 1971)：

$$\Delta f = 2.20 / T_{60} \quad (7-86)$$

測定對數衰減 (logarithmic decrement)  $\delta$  (見式 (7-80)) 是最老的確定阻尼的方法之一，它取決於激勵源關閉後振動衰減時振動系統的連續振幅。如果  $A_i$  為第  $i$  個週期的振幅， $A_{i+n}$  為  $n$  個週期後的振幅，那麼對數衰減為：

$$\delta = \frac{1}{n} \log_e \left( \frac{A_i}{A_{i+n}} \right) = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \approx \pi\eta \approx \frac{\pi}{Q} \quad (7-87a,b,c,d)$$

上式利用了公式 (7-80)。

作為衰減的結果，結構的應變響應滯後於應力的相位角為  $\varepsilon$ 。那麼，阻尼的另一個測量值為這個角的正切值，它與耗損因子的關係為：

$$\eta = \tan \varepsilon \quad (7-88)$$

阻尼的另一種測量法是 *SDC* (阻尼容量率 (specific damping capacity))，它是根據一個衰減振動 (following switching off of the excitation source，關閉激勵源之後) 的兩個連續週期的振幅來計算的。它不能與上述阻尼測量的型式直接聯繫起來，而是定義為一個振盪週期中耗散能量的百分比：

$$SDC = \frac{(A_n^2 - A_{n+1}^2)}{A_n^2} \times 100\% \quad (7-89)$$