

第八章 輪胎噪音模擬與預測 Tire Noise Simulation and Prediction

摘要 (Abstract)

輪胎噪音模擬與預測技術已成為現代輪胎聲學設計中不可或缺的核心工具，其發展標誌著輪胎噪音研究由「量測導向」正式邁入「預測導向」與「設計前置」的新階段。本章系統性闡述輪胎噪音模擬的理論基礎、數值方法與工程應用，說



明如何透過多物理場耦合模型，將輪胎結構動力學、滾動接觸力學、氣動聲學與聲波傳播整合為一套具預測能力的聲學分析框架。

本章首先回顧輪胎噪音模擬技術的演進歷程，從早期以經驗模型與簡化理論為主的分析方法，發展至當代以有限元素法、邊界元素法、計算流體力學及流固耦合為核心的高精度數值模擬體系。章節明確指出，輪胎噪音本質上是一個多尺度、多物理場高度耦合的問題，其主要聲源同時涵蓋結構傳遞路徑所主導的輪胎振動輻射，以及空氣傳遞路徑所主導的空氣泵浦效應與空腔共振現象。

在結構動力學建模方面，本章深入說明輪胎有限元素建模的關鍵技術，包括複合材料本構模型、橡膠黏彈性參數建構、輪胎充氣與靜載荷初始狀態模擬，以及滾動條件下模態特性與旋轉效應的處理方式。進一步結合滾動接觸動力學，解析胎面花紋與路面紋理在接觸—分離過程中所產生的衝擊力、摩擦力與黏滯滑移效應，並說明這些瞬態激勵如何轉化為寬頻噪音源。

在氣動聲學層面，本章詳細探討空氣泵浦效應與輪胎空腔共振的數值模擬方法，從理論模型、計算流體力學到流固耦合分析，說明如何定量描述溝槽內壓力脈動、體積速度聲源與其頻譜特性。最後，章節綜合評述模擬技術在輪胎設計優化、噪音法規符合性評估與新世代低噪音輪胎研發中的應用潛力與限制，奠定以數值模擬支撐輪胎噪音預測與控制的理論與工程基礎。

8.1 輪胎噪音模擬概述(Overview of Tire Noise Simulation)

輪胎噪音的模擬與預測技術在現代輪胎設計與開發流程中扮演著至關重要的角色，它不僅能夠大幅縮短產品開發週期、降低實驗成本，更能在設計階段即預測並優化輪胎的聲學性能，從而實現「聲學設計前置」(Acoustic Design Front-loading)的現代工程理念 [1]。隨著計算能力的飛躍性提升與數值方法的不斷精進，輪胎噪音模擬技術已從早期的簡化經驗模型發展到如今能夠精確捕捉複雜物理現象的多物理場耦合模擬系統 [2]。

輪胎噪音的產生機制涉及輪胎結構振動、氣動聲學效應、路面激勵、以及聲波傳播等多個物理過程的相互耦合，這種多尺度、多物理場的特性使得輪胎噪音模擬成為計算力學與聲學領域最具挑戰性的問題之一 [3]。從物理本質來



看，輪胎噪音的產生可分為結構傳遞路徑與空氣傳遞路徑兩大類：結構傳遞路徑主要涉及輪胎胎面與路面接觸時產生的衝擊振動透過輪胎結構傳遞至輪輞，進而激發車身結構振動並輻射噪音；空氣傳遞路徑則包括胎面花紋溝槽內的空氣泵浦效應 (Air Pumping Effect)、胎體空腔共振 (Cavity Resonance)、以及氣流誘發的氣動噪音 (Aerodynamic Noise) 等機制 [4][5]。

在模擬方法論的發展歷程中，早期研究主要依賴經驗公式與簡化模型，如 Remington 提出的輪胎/路面噪音產生機制分類框架 [6]，以及 Kropp 建立的輪胎振動與聲輻射基礎理論 [7]。這些開創性工作為後續數值模擬技術的發展奠定了理論基礎。1990 年代隨著有限元法 (Finite Element Method, FEM) 在輪胎結構分析中的廣泛應用，研究者開始嘗試將輪胎結構動力學模型與聲學模型耦合，以預測輪胎的振動與聲輻射特性 [8]。然而，由於輪胎幾何的高度複雜性、材料的非線性與黏彈性特性、以及接觸問題的強非線性，早期的數值模擬往往需要進行大量簡化假設，其預測精度受到顯著限制 [9]。

進入 21 世紀後，隨著計算機硬體性能的指數級增長、高性能計算技術的普及、以及數值演算法的持續優化，輪胎噪音模擬技術取得了突破性進展 [10]。現代輪胎噪音模擬系統通常採用多階段、多方法的混合模擬策略：首先利用非線性有限元分析獲得輪胎在靜載荷與滾動狀態下的變形與應力分佈；然後基於此靜態或穩態解進行模態分析或瞬態動力學分析，得到輪胎結構的振動響應；最後透過聲學邊界元法 (Boundary Element Method, BEM)、有限元法、或統計能量分析法 (Statistical Energy Analysis, SEA) 計算聲輻射與傳播特性 [11][12]。

值得特別指出的是，輪胎噪音模擬的複雜性不僅來自於物理過程的多樣性，更在於不同物理場之間的強耦合作用。例如，輪胎胎面與路面的接觸力學行為會直接影響結構振動特性，而結構振動又會透過流固耦合 (Fluid-Structure Interaction, FSI) 影響周圍空氣的壓力脈動；同時，氣動聲學效應與結構輻射聲之間也存在相互作用 [13]。因此，高精度的輪胎噪音模擬必須考慮這些多物理場耦合效應，而這也正是當前研究的前沿與挑戰所在 [14]。

從工程應用角度來看，輪胎噪音模擬技術的價值主要表現在以下幾個方面：首先，它能夠在設計初期即評估不同設計方案的聲學性能，從而避免後期昂貴的實驗修正 [15]；其次，模擬技術能夠提供實驗難以獲取的詳細物理場信息，如接觸區域的壓力分佈、胎面花紋溝槽內的空氣流動特性等，這些信息對於深入理解噪音產生機制至關重要 [16]；第三，透過參數化建模與自動化優化演算法的結合，模擬技術能夠實現輪胎結構與花紋的快速優化設計 [17]；最後，模擬技術還可以用於預測輪胎在不同使用條件（如不同路面、不同速度、不同載荷等）下的噪音性能，為產品性能標定與法規符合性評估提供支持 [18]。

然而，儘管輪胎噪音模擬技術已取得顯著進展，但仍面臨諸多挑戰。首先是計算效率問題：高精度的全車輪胎噪音模擬往往需要數百萬甚至上千萬個自由度，即使在現代高性能計算平



台上也需要耗費大量計算時間 [19]。其次是模型驗證與確認 (Verification and Validation, V&V) 問題：由於輪胎噪音涉及的物理過程極其複雜，且實驗測量本身也存在不確定性，如何系統性地驗證模擬結果的可靠性仍是一個開放性問題 [20]。第三是材料參數的準確表徵：輪胎橡膠材料的黏彈性特性具有強烈的頻率與溫度依賴性，如何在寬頻範圍內準確測量並建模這些材料特性對模擬精度有決定性影響 [21]。

展望未來，輪胎噪音模擬技術的發展趨勢主要包括：（1）多尺度建模方法的發展，以更有效地處理從微觀材料結構到宏觀系統響應的跨尺度問題 [22]；（2）人工智慧與機器學習技術的融合，透過數據驅動的代理模型 (Surrogate Model) 大幅提升計算效率 [23]；（3）不確定性量化與可靠性分析方法的引入，以更全面地評估模擬結果的置信度 [24]；（4）與實驗測試技術的深度融合，發展基於模擬與實驗數據融合的混合建模方法 [25]。這些前沿技術的發展將進一步提升輪胎噪音模擬的精度與效率，推動輪胎聲學設計向更高水平發展。

8.2 輪胎結構動力學建模(Structural Dynamic Modeling of Tires)

8.2.1 輪胎有限元建模技術(Finite Element Modeling Techniques for Tires)

輪胎有限元建模是輪胎噪音模擬的基礎與核心環節，其建模質量直接決定了後續振動分析與聲學計算的精度 [26]。輪胎作為一種高度複雜的多層複合結構，包含橡膠基體、簾線層 (Cord-Reinforced Layer)、帶束層 (Belt Layer)、胎圈鋼絲 (Bead Wire) 等多種材料組分，其幾何形狀呈現出顯著的非軸對稱性（特別是在考慮胎面花紋後），且在工作狀態下承受大變形、非線性接觸、以及材料非線性等複雜力學行為 [27][28]。因此，建立既能準確反映輪胎真實物理特性、又具有可接受計算成本的有限元模型，是輪胎數值模擬領域長期以來的研究重點。



輪胎幾何建模與網格生成技術

輪胎的幾何建模通常從輪胎的設計數據（如斷面輪廓、胎面花紋參數、簾線層角度等）出發，透過參數化建模方法建立三維幾何模型 [29]。對於軸對稱分析（如靜態分析、模態分析的初步評估），可以僅建立輪胎的二維斷面模型，並透過旋轉生成三維結構；但對於需要考慮胎面花紋影響的噪音模擬，則必須建立完整的三維模型，包括精細的花紋幾何 [30]。

胎面花紋的建模是輪胎幾何建模中最具挑戰性的部分。現代輪胎花紋設計往往包含複雜的三維溝槽、細小的刀槽花紋 (Sipe)、以及不規則的節距變化 (Pitch Variation)，這些特徵對輪胎噪音性能有重要影響 [31]。為了在模擬中準確捕捉花紋效應，研究者發展了多種建模策略：(1) 全細節建模 (Fully Detailed Modeling)：將所有花紋特徵完整建模，這種方法能夠提供最高的幾何保真度，但會導致極大的模型規模 [32]；(2) 簡化建模 (Simplified Modeling)：對細小的花紋特徵進行幾何簡化或忽略，以降低模型複雜度，但需要透過經驗或校準確保關鍵聲學特性不受影響 [33]；(3) 等效建模 (Equivalent Modeling)：透過調整材料參數或邊界條件來等效花紋的影響，而不顯式建模花紋幾何，此方法在某些特定應用中可以大幅減少計算成本 [34]。

網格生成是有限元建模的另一個關鍵環節。輪胎結構的網格劃分需要平衡精度與效率：在接觸區域、應力集中區域、以及花紋溝槽邊緣等關鍵部位需要較密的網格以準確捕捉應力與變形梯度；而在遠離這些區域的部分則可以使用較粗的網格以節省計算資源 [35]。針對輪胎的層狀複合結構，通常採用實體單元 (Solid Element) 模擬橡膠基體，而使用殼單元 (Shell Element) 或膜單元 (Membrane

Element) 結合嵌入技術 (Embedded Technique) 或複合材料模型來表徵簾線層的增強效應 [36][37]。對於胎圈部位的鋼絲束，則常用樑單元 (Beam Element) 或透過均勻化方法等效為正交各向異性材料 [38]。

近年來，自適應網格技術 (Adaptive Meshing) 在輪胎模擬中得到越來越多的應用 [39]。這種技術能夠根據解的誤差估計自動調整網格密度，在保證精度的同時最小化計算成本。特別是對於瞬態滾動模擬，自適應網格可以跟隨接觸區域移動並動態調整網格密度，從而在整個滾動週期內維持高精度 [40]。

輪胎材料本構模型

輪胎橡膠材料的力學行為表現出顯著的非線性、黏彈性、以及不可壓縮性等特點，準確的材料本構模型是輪胎有限元模擬成功的關鍵 [41]。橡膠材料的超彈性行為通常採用應變能函



數 (Strain Energy Function) 來描述，常用的模型包括 Mooney-Rivlin 模型、Ogden 模型、Yeoh 模型、以及 Arruda-Boyce 模型等 [42][43]。這些模型透過不同數量的材料參數來擬合橡膠在大變形下的非線性應力-應變關係，其中 Mooney-Rivlin 模型因其相對簡單且能夠合理描述中等應變範圍內的橡膠行為而在工程中廣泛應用 [44]。

然而，對於輪胎噪音模擬而言，單純的超彈性模型是不充分的，因為橡膠的黏彈性特性對於動態響應（特別是振動與阻尼行為）有決定性影響 [45]。橡膠的黏彈性通常透過鬆弛模量 (Relaxation Modulus) 或複數模量 (Complex Modulus) 來表徵，其數學描述可以採用 Prony 級數形式、分數導數模型、或基於微觀結構的網絡模型 [46][47]。在頻域分析中，複數模量的實部代表儲能模量（與彈性相關），虛部代表損耗模量（與黏性耗散相關），兩者的比值即為損耗因子 (Loss Factor)，這是表徵材料阻尼能力的關鍵參數 [48]。

輪胎橡膠的黏彈性特性具有強烈的頻率依賴性與溫度依賴性，這種依賴性可以透過時間-溫度等效原理 (Time-Temperature Superposition Principle, TTSP) 來描述 [49]。在實際建模中，需要透過動態力學分析 (Dynamic Mechanical Analysis, DMA) 實驗測量橡膠在不同頻率與溫度下的黏彈性參數，然後透過 Williams-Landel-Ferry (WLF) 方程或 Arrhenius 方程構建主曲線 (Master Curve)，從而獲得寬頻範圍內的材料特性數據 [50][51]。

對於簾線增強橡膠複合材料，其力學行為表現出顯著的各向異性特徵。簾線層的建模方法主要有兩類：（1）細觀建模 (Meso-scale Modeling)：顯式建模橡膠基體

與簾線纖維的幾何結構，並透過界面單元描述兩者之間的相互作用，這種方法能夠準確捕捉局部應力狀態但計算成本高昂 [52]；（2）宏觀均勻化建模 (Macro-scale Homogenization Modeling)：將簾線增強層等效為正交各向異性連續體，透過複合材料力學理論確定其等效剛度矩陣，此方法在保證工程精度的同時大幅降低計算成本，因而在實際應用中更為廣泛 [53][54]。

輪胎-路面接觸建模

輪胎與路面之間的接觸是輪胎結構動力學問題中最为複雜的邊界條件，也是輪胎噪音產生的直接來源 [55]。接觸問題的本質是一個高度非線性的邊界值問題，涉及接觸狀態的動態變化（接觸、分離、滑移）、接觸面上的摩擦行為、以及局部應力與變形的急劇變化 [56]。



在有限元分析中，接觸問題通常採用罰函數法 (Penalty Method)、拉格朗日乘子法 (Lagrange Multiplier Method)、或增廣拉格朗日法 (Augmented Lagrangian Method) 來求解 [57]。罰函數法透過在接觸面上施加人工彈簧來阻止穿透，其優點是不增加額外的自由度，但需要仔細選擇罰函數參數以平衡精度與收斂性；拉格朗日乘子法能夠精確滿足接觸約束條件，但會增加未知量的數量；增廣拉格朗日法結合了兩者的優點，在實際應用中表現出良好的魯棒性 [58]。

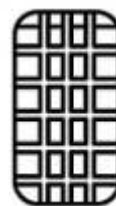
接觸面上的摩擦行為對輪胎的動態響應有重要影響。最簡單的摩擦模型是庫侖摩擦模型 (Coulomb Friction Model)，它假設摩擦力與法向接觸力成正比，比例係數即為摩擦係數 [59]。然而，實際的輪胎-路面摩擦行為遠比這複雜，它與接觸壓力、滑移速度、溫度、路面紋理、以及橡膠的黏彈性特性都有關係 [60]。為了更準確地描述這些複雜效應，研究者發展了多種高級摩擦模型，如 LuGre 模型、Dahl 模型、以及基於橡膠摩擦物理機制的多尺度摩擦模型 [61][62]。

路面的幾何特徵對輪胎振動與噪音有顯著影響。在宏觀層面，路面的平整度會激發輪胎的低頻振動（通常低於 100 Hz）；在中觀層面，路面的紋理 (Texture，特徵尺度在 1-10 mm 範圍) 會激發輪胎胎面的局部振動，這是輪胎/路面噪音的主要來源（頻率範圍通常在 500-2000 Hz）[63][64]。在模擬中，路面通常可以建模為剛體或柔性體：剛體假設適用於關注輪胎結構響應的情況；而當需要考慮路面彈性對接觸力學的影響時（如軟質路面），則需要將路面建模為可變形體 [65]。路面紋理的建模可以基於實測數據（如雷射掃描獲得的路面高程數據）或統計生成方法（如利用功率譜密度函數生成符合特定統計特徵的隨機路面）[66][67]。對

於需要高精度預測胎面花紋溝槽內空氣泵浦效應的模擬，精細的路面紋理建模是
必不可少的 [68]。

輪胎充氣與裝配模擬

在進行輪胎動力學分析之前，需要首先模擬輪胎的充氣與裝配過程，以獲得輪胎在靜載荷下的初始狀態 [69]。這個過程通常分為三個步驟：（1）輪胎充氣：在輪胎內腔施加均勻的充氣壓力，使輪胎從自由狀態膨脹並與輪輞緊密貼合；（2）輪胎裝配：將充氣後的輪胎安裝到輪輞上，這個過程涉及胎圈與輪輞之間的接觸與大變形；（3）靜載荷加載：將輪胎壓向路面直至達到設計載荷，得到輪胎的接地印跡 (Contact Patch) 與應力分佈 [70][71]。



這三個步驟都涉及幾何非線性(大變形、大轉動)、材料非線性(橡膠的超彈性)、以及接觸非線性，因此需要採用非線性有限元方法求解 [72]。在商業有限元軟體(如 Abaqus、ANSYS、LS-DYNA 等)中，通常使用隱式求解器 (Implicit Solver) 進行這些準靜態分析，並採用自動載荷步控制與收斂加速技術以提高計算效率 [73]。

獲得的靜態或準靜態解不僅提供了後續動力學分析的初始條件，也是驗證有限元模型合理性的重要依據。透過將模擬得到的接地印跡形狀、接地壓力分佈、輪胎剛度等與實驗測量結果進行對比，可以檢驗材料參數、接觸設置等建模參數的準確性 [74]。

高級建模技術與發展趨勢

隨著計算技術的發展，一些高級建模技術正在輪胎模擬中得到應用。等幾何分析 (Isogeometric Analysis, IGA) 方法透過直接使用 CAD 模型的 NURBS 基函數作為有限元形函數，實現了幾何表達與分析的無縫整合，能夠更準確地表達輪胎的複雜曲面幾何 [75][76]。無網格方法 (Meshfree Methods) 如光滑粒子流體動力學 (Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH) 與無單元伽遼金法 (Element-Free Galerkin Method) 在處理大變形與接觸問題時表現出獨特優勢，為輪胎模擬提供了新的選擇 [77]。

多尺度建模方法將微觀材料結構(如填料顆粒在橡膠基體中的分佈)、細觀結構(如簾線在橡膠中的排列)、與宏觀輪胎性能聯繫起來，為從材料設計層面優化輪胎性能提供了可能 [78][79]。這些方法通常採用均勻化理論 (Homogenization

Theory) 或計算均勻化技術將下層尺度的信息傳遞到上層尺度，實現跨尺度的信息交換。

此外，隨著數據驅動建模理念的興起，機器學習技術開始被用於輔助輪胎有限元建模。例如，透過神經網絡建立材料參數與宏觀性能之間的非線性映射，可以大幅加速材料參數的反演與優化過程 [80][81]。基於高斯過程回歸 (Gaussian Process Regression) 的代理模型能夠在少量高精度模擬數據基礎上快速預測不同設計參數下的輪胎響應，為設計空間探索提供高效工具 [82]。

8.2.2 輪胎模態分析與振動特性 (Modal Analysis and Vibration Characteristics of Tires)

輪胎的模態分析是理解其振動特性、預測動態響應的基礎，也是輪胎噪音模擬的重要環節 [83]。輪胎作為一個複雜的彈性結構，具有豐富的模態特徵，這些模態在外部激勵（如路面不平整度、花紋衝擊等）作用下被激發，進而透過結構振動輻射噪音 [84]。深入理解輪胎的模態特性，特別是各階模態的固有頻率、振型、模態阻尼等參數，對於噪音源識別、傳遞路徑分析、以及結構優化設計都具有重要意義 [85]。



輪胎自由模態與約束模態

輪胎的模態分析可以分為自由模態分析與約束模態分析兩類。自由模態分析考慮的是輪胎在無邊界約束（或僅有輕微支撐以避免剛體運動）條件下的振動特性，這種分析能夠揭示輪胎結構本身的固有動力學特性，不受安裝條件的影響 [86]。約束模態分析則考慮輪胎在實際工作狀態下的模態特性，例如輪胎安裝在輪輞上、充氣至工作壓力、並與路面接觸的狀態 [87]。這兩種模態特性存在顯著差異：約束條件（特別是輪輞的約束與路面的接觸）會改變輪胎的剛度分佈，導致模態頻率與振型的變化 [88]。

在噪音模擬中，約束模態分析更具實際意義，因為它能夠反映輪胎在真實工作條件下的振動行為。然而，約束模態分析的計算複雜度也更高，需要考慮接觸非線性與預應力效應 [89]。預應力（來自充氣壓力與靜載荷）會改變輪胎結構的有效剛度，這種效應稱為應力剛化 (Stress Stiffening) 或幾何剛化 (Geometric Stiffening)，在模態分析中必須予以考慮 [90]。

輪胎模態的分類與特徵

輪胎的振動模態可以根據變形特徵分為多種類型，主要包括 [91][92]：

(1) **徑向模態 (Radial Modes)**：輪胎在徑向（垂直於旋轉軸的方向）發生週期性的膨脹與收縮，振型呈現為圓周方向的波動。徑向模態可以用波數 (Wave Number) n 來標識，表示圓周方向上振型的波長數。低階徑向模態 ($n=1, 2, 3, \dots$) 在輪胎振動與噪音中扮演重要角色，其固有頻率通常在 100-300 Hz 範圍內 [93]。

(2) **切向模態 (Tangential Modes)**：輪胎在切向（圓周方向）發生振動，振型表現為圓周方向的剪切變形。切向模態的固有頻率一般高於同階徑向模態 [94]。

(3) **扭轉模態 (Torsional Modes)**：輪胎繞其旋轉軸發生扭轉振動。扭轉模態在輪胎加速、制動過程中可能被激發，但在穩態滾動時對噪音的貢獻相對較小 [95]。

(4) **軸向模態 (Axial Modes)**：輪胎在軸向（平行於旋轉軸的方向）發生振動。軸向模態與輪胎的側壁剛度密切相關，其固有頻率通常較高 [96]。

(5) **空腔共振模態 (Cavity Resonance Modes)**：輪胎內部空氣腔體的聲學共振模態，雖然不屬於結構模態，但對輪胎噪音有重要影響。空腔共振的基頻通常在 200-250 Hz 範圍內，與輪胎尺寸密切相關 [97][98]。

在實際輪胎中，由於結構的複雜性（特別是胎面花紋的存在），純粹的模態類型往往不存在，實際模態通常表現為上述基本模態類型的耦合 [99]。此外，輪胎的非軸對稱性（如花紋、帶束層的結構變化等）會導致模態的分裂與耦合，使得模態特性更加複雜 [100]。

模態分析的數值方法

輪胎模態分析的數值計算通常基於有限元方法，其數學基礎是求解特徵值問題 [101]。對於線性系統，自由振動的控制方程可以寫為：

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\}$$

其中 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ 分別為質量矩陣、阻尼矩陣、剛度矩陣， $\{u\}$ 為位移向量。

對於無阻尼自由振動，方程簡化為：

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\}$$

假設振動為簡諧形式 $\{u\} = \{\varphi\}\exp(i\omega t)$ ，代入上式得到廣義特徵值問題：

$$([K] - \omega^2[M])\{\varphi\} = \{0\}$$

該方程的非零解對應於系統的固有頻率 ω 與模態振型 $\{\varphi\}$ [102]。

對於考慮預應力效應的模態分析，剛度矩陣需要修正為：

$$[K_{\text{eff}}] = [K_0] + [K_\sigma]$$

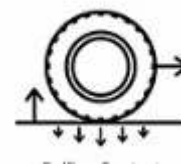


其中 $[K_0]$ 為無應力狀態下的剛度矩陣， $[K_\sigma]$ 為由預應力產生的幾何剛度矩陣 [103]。幾何剛度矩陣的計算需要首先進行非線性靜力分析獲得預應力狀態，然後在此基礎上進行模態提取 [104]。

對於大規模輪胎模型，直接求解所有模態的計算成本是不可接受的。實際中通常僅需要求解感興趣頻率範圍內的若干階模態，為此可以採用子空間迭代法 (Subspace Iteration Method)、Lanczos 法、或自動多層子結構法 (Automated Multi-Level Substructuring, AMLS) 等高效演算法 [105][106]。這些方法透過迭代過程逐步逼近目標模態，大幅減少了計算量。

模態阻尼的確定

模態阻尼是影響輪胎振動響應幅值的關鍵參數，也是模擬中最難確定的參數之一 [107]。輪胎的阻尼主要來自於橡膠材料的黏彈性耗散、結構內部的摩擦、以及與周圍介質(空氣、路面)的相互作用 [108]。由於這些阻尼機制的複雜性，輪胎的實際阻尼特性往往表現出強烈的頻率依賴性與幅值依賴性 [109]。



在模態分析中，阻尼通常採用模態阻尼比 (Modal Damping Ratio) ξ 來表徵，它定義為實際阻尼與臨界阻尼的比值 [110]。對於輪胎結構，不同模態的阻尼比可能存在顯著差異：低階模態(涉及大範圍的橡膠變形)通常具有較高的阻尼比(ξ 可達 0.05-0.1)，而高階局部模態的阻尼比可能較低 [111]。

確定模態阻尼的方法主要有兩類：(1) 實驗測量法：透過模態測試(如錘擊法或激振器法)測量輪胎的頻響函數 (Frequency Response Function, FRF)，然後透過半功率帶寬法、指數衰減法等從 FRF 中識別模態阻尼比 [112][113]；(2) 理論估算法：基於材料的損耗因子與結構的應變能分佈，透過模態應變能法估算模態阻尼 [114]。實際應用中，通常結合兩種方法：對於關鍵模態進行實驗測量，對於大量的高階模態則採用理論估算或賦予經驗值 [115]。

旋轉效應對輪胎模態的影響

在實際滾動狀態下，輪胎的旋轉會對其模態特性產生顯著影響，這是輪胎動力學中的一個重要而複雜的問題 [116]。旋轉效應主要表現在以下幾個方面：

(1) 科里奧利力與離心力效應：旋轉參考系中，輪胎結構受到科里奧利力與離心力的作用，這會改變系統的動力學方程，導致模態頻率與振型的變化 [117]。這種效應在高速旋轉時尤為明顯，可能導致某些模態的頻率隨轉速增加而上升，而另一些模態的頻率則下降 [118]。

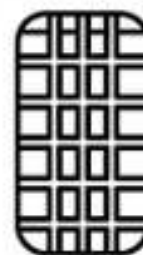
(2) **行波特性 (Traveling Wave Characteristics)**：靜止輪胎的駐波模態在旋轉狀態下會轉變為行波模態，即振動波相對於地面以一定速度傳播 [119]。這種行波特性對於理解輪胎噪音的方向性與時間特性至關重要 [120]。

(3) **模態分裂 (Modal Splitting)**：由於旋轉導致的向前波與向後波的頻率差異，原本簡併的模態對（具有相同固有頻率但不同空間相位的模態）會發生分裂，產生兩個不同頻率的模態 [121]。

旋轉輪胎的模態分析需要採用旋轉坐標系下的動力學方程，其數學形式比靜止情況複雜得多 [122]。近年來，研究者發展了基於有限元法的旋轉輪胎模態分析方法，能夠在考慮旋轉效應的同時計算輪胎的模態特性 [123][124]。然而，這類分析的計算成本較高，且需要專門的演算法處理旋轉坐標系帶來的數值問題，因此在工程實踐中仍以靜止模態分析為主，並透過修正係數考慮旋轉效應的影響 [125]。

實驗模態分析與模型驗證

數值模態分析的結果必須透過實驗模態分析 (Experimental Modal Analysis, EMA) 進行驗證，以確保模型的可靠性 [126]。輪胎的實驗模態分析面臨一些特殊挑戰：輪胎是一個高阻尼、非線性、且對邊界條件敏感的結構，這些特點使得模態測試與識別都較為困難 [127]。



典型的輪胎實驗模態分析流程包括：(1) 設計合適的支撐方式，以模擬自由邊界或實際約束條件；(2) 在輪胎表面布置加速度傳感器陣列，以捕捉空間振型；(3) 使用錘擊或激振器對輪胎施加激勵，測量激勵力與響應加速度；(4) 計算頻響函數並識別模態參數（固有頻率、阻尼比、振型） [128][129]。

模型驗證通常透過比較數值與實驗得到的模態參數進行，常用的相關性指標包括模態保證準則 (Modal Assurance Criterion, MAC) 與頻率誤差 [130]。MAC 值接近 1 表示兩個振型高度相關，而頻率誤差則直接反映固有頻率的預測精度。透過系統性的對比與參數修正，可以逐步提高有限元模型的準確性 [131]。

需要指出的是，輪胎模態特性對某些參數（如材料的動態模量、充氣壓力、載荷等）非常敏感，因此在進行模型驗證時必須確保實驗條件與模擬條件的一致性 [132]。此外，由於輪胎結構的複雜性與測量的不確定性，數值與實驗結果往往不可能完全匹配，工程中通常認為關鍵模態的頻率誤差在 5% 以內、MAC 值大於 0.8 即為可接受的模型精度 [133]。

我將繼續完成第八章的所有剩餘內容：

8.2.3 輪胎滾動接觸動力學(Rolling Contact Dynamics of Tires)

輪胎的滾動接觸動力學是連接輪胎結構響應與路面激勵的關鍵環節，也是輪胎噪音產生的最直接來源 [134]。在輪胎滾動過程中，胎面花紋塊與路面之間發生週期性的接觸與分離，這一過程涉及複雜的接觸力學、摩擦學、以及瞬態動力學行為 [135]。深入理解滾動接觸動力學對於準確預測輪胎振動激勵、識別噪音源、以及優化輪胎設計至關重要 [136]。

滾動接觸的物理機制

輪胎滾動接觸可以分為三個關鍵階段：接近階段 (Approaching Phase)、接觸階段 (Contact Phase)、以及分離階段 (Separating Phase) [137]。在接近階段，胎面花紋塊逐漸靠近路面，花紋塊內部的空氣開始受到壓縮；在接觸階段，花紋塊與路面形成接觸區域，接觸壓力迅速建立，同時花紋溝槽內的空氣被進一步壓縮或擠出；在分離階段，花紋塊離開接觸區域，接觸壓力快速釋放，溝槽內的壓縮空氣急劇膨脹並噴出，形成所謂的"空氣泵浦效應" (Air Pumping Effect) [138][139]。



這一週期性過程產生的力學效應可以分解為多個貢獻項 [140]：

(1) **衝擊力 (Impact Force)**：花紋塊與路面接觸瞬間產生的衝擊力，這是一個短時的高幅值力脈衝，富含高頻成分（通常在 500-2000 Hz 範圍） [141]。衝擊力的大小與花紋塊的質量、接觸速度、以及路面與胎面的局部剛度有關 [142]。

(2) **黏著力 (Adhesion Force)**：由於橡膠與路面之間的分子黏附作用，在花紋塊分離時會產生黏著力，這種力在分離瞬間達到峰值然後迅速釋放，產生"黏滯-滑移" (Stick-Slip) 振動 [143][144]。黏著效應在濕滑路面或低速滾動時尤為顯著 [145]。

(3) **摩擦力 (Friction Force)**：接觸區域內的切向摩擦力隨著花紋塊透過接觸區的过程而變化，這種力的變化會激發輪胎的切向與扭轉振動 [146]。

(4) **空氣動力 (Aerodynamic Force)**：空氣泵浦效應產生的壓力脈動不僅直接輻射噪音，也會對花紋塊施加作用力，影響其振動特性 [147]。

這些力學效應的相對重要性取決於滾動速度、路面特性、花紋設計等因素。一般而言，在中高速滾動時 (> 50 km/h)，衝擊力與空氣泵浦效應是主導機制；而在低速時，黏著效應與摩擦振動的貢獻較大 [148][149]。

滾動接觸的數值模擬方法

輪胎滾動接觸的數值模擬面臨巨大挑戰，主要原因在於：（1）接觸問題的強非線性導致方程組求解困難；（2）花紋塊接觸-分離過程的瞬態特性要求極小的時間步長；（3）需要長時間模擬以覆蓋多個滾動週期，導致計算成本極高 [150][151]。針對這些挑戰，研究者發展了多種模擬策略 [152]：

顯式動力學方法 (Explicit Dynamics Method)：顯式時間積分方法（如中心差分法）非常適合處理高度非線性的接觸問題，因為它不需要在每個時間步求解大型非線性方程組，而是透過顯式的前進格式直接計算下一時刻的狀態 [153]。商業軟體如 LS-DYNA、Abaqus/Explicit 等都提供了強大的顯式動力學求解能力 [154]。顯式方法的主要限制是時間步長受穩定性條件約束，通常需要非常小的時間步（微秒量級），這導致模擬大量滾動週期時計算成本仍然很高 [155]。



穩態滾動分析 (Steady-State Rolling Analysis)：對於關注穩態滾動條件下輪胎響應的應用，可以採用穩態滾動分析方法 [156]。這種方法基於這樣的觀察：在穩態滾動時，輪胎的變形場在隨轉動坐標系中是時不變的（或緩慢變化的）。透過將問題轉換到旋轉參考系並採用適當的邊界條件，可以將瞬態問題轉化為穩態問題求解，大幅降低計算成本 [157][158]。Abaqus 軟體提供的 Steady-State Transport 分析即是這種方法的實現 [159]。然而，穩態方法無法捕捉接觸-分離過程的瞬態動力學效應，因此對於噪音模擬而言，其適用性受到限制 [160]。

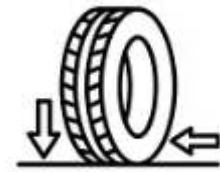
任意拉格朗日-歐拉方法 (Arbitrary Lagrangian-Eulerian, ALE)：ALE 方法結合了拉格朗日描述（網格隨物質運動）與歐拉描述（網格固定於空間）的優點，允許網格以不同於物質速度的速度運動 [161]。在輪胎滾動模擬中，可以讓網格以輪胎的滾動速度運動，使得接觸區域始終位於網格的固定位置，從而避免了網格的過度變形與重新劃分 [162]。ALE 方法在保持計算精度的同時提高了穩定性與效率，但其實現較為複雜，且對於複雜花紋的處理仍存在困難 [163]。

多體動力學-有限元耦合方法 (Multibody Dynamics-FEM Coupling)：對於需要模擬完整車輛系統動態的應用，可以採用多體動力學與有限元的耦合方法 [164]。在這種方法中，輪胎用詳細的有限元模型表示，而車輛的其他部分（懸架、車身等）用剛體或簡化的柔性體模型表示，兩者透過接口耦合形成完整的系統模型

[165]。這種方法能夠在保證輪胎局部精度的同時高效地處理整車動力學，但需要仔細設計耦合接口以確保數值穩定性 [166]。

接觸壓力分佈與應力集中

接觸區域內的壓力分佈對輪胎振動與噪音有直接影響 [167]。理想的光滑輪胎在剛性平面上滾動時，接觸壓力分佈近似為拋物線形狀，前緣與後緣的壓力梯度較大 [168]。然而，實際輪胎由於花紋的存在，其接觸壓力分佈呈現高度複雜的空間變化特徵：在花紋塊與路面接觸的區域壓力較高，而在溝槽位置壓力為零，形成高度非均勻的壓力場 [169]。



這種非均勻壓力分佈導致兩個重要後果：首先，壓力的急劇變化意味著高的壓力梯度，這是產生高頻振動與噪音的關鍵因素 [170]；其次，花紋塊邊緣處會出現應力集中現象，這些區域的應力水平顯著高於平均值，容易成為裂紋萌生點，影響輪胎的耐久性 [171]。

透過有限元模擬可以詳細獲得接觸壓力分佈，這為優化花紋設計提供了重要依據 [172]。例如，透過調整花紋塊的形狀、尺寸、以及排列方式，可以使接觸壓力分佈更加均勻，從而降低壓力峰值與梯度，進而減少噪音輻射 [173]。研究表明，採用變節距設計 (Variable Pitch Design) 能夠有效分散接觸力在頻域上的能量分佈，避免某些頻率上的共振峰值，這是現代輪胎降噪設計的重要手段 [174][175]。

路面紋理的影響

路面的微觀與宏觀紋理對輪胎滾動接觸動力學(Rolling Contact Dynamics of Tires)有顯著影響 [176]。路面紋理可以按特徵尺度分為四個層級：微觀紋理 (Microtexture, < 0.5 mm)、宏觀紋理 (Macrotexture, 0.5-50 mm)、大尺度紋理 (Megatexture, 50-500 mm)、以及不平整度 (Roughness, > 500 mm) [177]。對於輪胎噪音而言，宏觀紋理的影響最為顯著，因為其特徵尺度與胎面花紋相當，能夠有效激發輪胎的振動模態 [178]。

路面紋理對接觸動力學的影響表現在多個方面 [179]：(1) 紋理凸起會導致局部接觸壓力增加，產生額外的衝擊力；(2) 紋理會改變真實接觸面積，影響摩擦力的大小與分佈；(3) 紋理溝槽為花紋溝槽內的空氣提供了逃逸通道，改變空氣泵浦效應的特性 [180]。

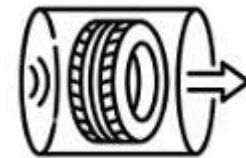
研究表明，粗糙路面上的輪胎噪音通常高於光滑路面，且噪音水平隨路面紋理深度的增加而增加 [181]。然而，這種關係並非單調的：過於光滑的路面可能導致

黏著效應增強，產生尖銳的噪音；而適度的紋理可以破壞週期性的接觸模式，實際上有助於降低某些頻率成分的噪音 [182]。因此，輪胎噪音的優化必須同時考慮輪胎與路面的匹配特性，這也是為何噪音法規通常規定標準測試路面的原因 [183]。

在數值模擬中，路面紋理可以透過多種方式建模：對於規則的紋理（如某些測試路面），可以直接根據設計參數建立確定性的幾何模型；對於實際路面，可以透過雷射掃描等手段測量其表面輪廓，然後將測量數據導入模擬模型 [184][185]。對於需要研究路面紋理不確定性影響的情況，還可以採用隨機路面生成方法，根據給定的功率譜密度函數生成具有統計代表性的路面樣本 [186]。

滾動噪音的時域與頻域特性

輪胎滾動接觸過程產生的力學激勵在時域上呈現為週期性脈衝序列，其基頻由輪胎的轉速與花紋節距決定 [187]。對於具有 N 個節距的輪胎，當以角速度 ω 滾動時，接觸力的基頻為：



$$f_0 = N\omega / (2\pi)$$

這個基頻通常在 20-100 Hz 範圍內，對應於輪胎噪音中的"節距噪音" (Pitch Noise) [188]。由於週期性脈衝富含高次諧波，實際的接觸力頻譜會延伸到數千赫茲的範圍 [189]。

為了降低節距噪音，現代輪胎普遍採用變節距設計，即在圓周方向上使用不同長度的節距 [190]。變節距設計的原理是破壞激勵的嚴格週期性，將能量從離散的諧波峰值分散到更寬的頻帶上，從而降低峰值噪音水平 [191]。節距序列的優化設計是一個組合優化問題，目標是尋找使噪音頻譜最平坦或總噪音值最低的節距排列 [192]。常用的優化方法包括遺傳算法 (Genetic Algorithm)、模擬退火 (Simulated Annealing)、以及基於數學規劃的方法 [193][194]。

在頻域分析中，滾動接觸激勵的頻譜特性還與路面紋理的頻譜特性密切相關 [195]。路面紋理可以看作是對輪胎施加的空間頻率激勵，當輪胎以速度 v 滾動時，空間頻率 κ (單位: cycle/m) 的激勵會被轉換為時間頻率 $f = v\kappa$ 的振動 [196]。因此，相同的路面在不同速度下會激發不同頻率的振動，這解釋了為何輪胎噪音的頻譜特性會隨車速變化 [197]。

黏滯-滑移振動機制

在某些條件下，輪胎與路面之間會發生黏滯-滑移 (Stick-Slip) 振動，這是一種自激振動現象，會產生顯著的噪音 [198]。黏滯-滑移振動的物理機制是：當橡膠與路面黏著時，剪切應力逐漸累積；當應力超過靜摩擦極限時，發生突然的滑移，釋放積累的應變能；滑移後，橡膠再次黏著於路面，開始新的循環 [199]。

黏滯-滑移振動的發生條件與摩擦係數的速度依賴性密切相關 [200]。當摩擦係數隨相對滑移速度增加而下降時（負摩擦斜率），系統容易失穩產生自激振動；反之，當摩擦係數隨速度增加而增加時，系統趨於穩定 [201]。橡膠與大多數路面材料之間的摩擦確實表現出負斜率特性，特別是在低速與濕滑條件下，這解釋了為何輪胎噪音在這些條件下有時會特別刺耳 [202]。

黏滯-滑移振動的數值模擬需要採用能夠準確描述摩擦動力學的模型，如 LuGre 摩擦模型或 Dahl 模型 [203]。這些模型引入了內部狀態變量來描述接觸界面的微觀黏著行為，能夠捕捉摩擦力的動態特性與遲滯現象 [204]。模擬結果表明，透過調整橡膠配方以改變其黏彈性特性、或透過表面微結構設計改變接觸界面的特性，可以有效抑制黏滯-滑移振動 [205][206]。



接觸熱效應

在長時間高速滾動或重載條件下，輪胎接觸區域會產生顯著的熱量，這主要來自於橡膠的黏彈性滯後耗散與摩擦耗散 [207]。溫度的升高會改變橡膠的力學性能：一般而言，溫度升高會導致橡膠模量下降、損耗因子變化，進而影響輪胎的動態特性與噪音性能 [208]。

接觸區域的溫度分佈呈現高度非均勻性：花紋塊與路面直接接觸的表面溫度最高，而內部溫度相對較低；接觸區域的溫度高於非接觸區域 [209]。這種溫度梯度會導致材料性能的空間變化，增加了問題的複雜性 [210]。

熱-力耦合模擬能夠同時求解溫度場與應力場，考慮兩者之間的相互作用 [211]。在這類模擬中，需要建立橡膠材料的熱力學本構關係，包括熱膨脹特性、熱傳導特性、以及機械耗散產熱特性 [212]。熱-力耦合分析的計算成本很高，因此通常用於關鍵工況的精細分析，或用於校準簡化模型的參數 [213]。

研究表明，在常規行駛條件下（車速 < 120 km/h，環境溫度 20-30°C），接觸區域的溫升通常在 10-30°C 範圍，這種溫升會導致橡膠模量下降約 10-20%，對輪胎噪音的影響相對有限 [214]。然而，在極端條件下（高速、高溫、重載），溫升可達 50°C

以上,此時溫度效應不容忽視 [215]。此外,對於某些特殊橡膠配方(如在特定溫度範圍內性能急劇變化的材料),即使較小的溫升也可能顯著改變噪音特性 [216]。

8.3 輪胎氣動聲學模擬(Aeroacoustic Simulation of Tire Noise)

8.3.1 空氣泵浦效應建模(Modeling of the Air Pumping Effect)

空氣泵浦效應是輪胎噪音的主要來源之一,特別是在中高頻段(800-2000 Hz),其對總體噪音水平的貢獻可達 50% 以上 [217]。空氣泵浦效應的物理過程是:當胎面花紋塊接近路面時,花紋溝槽內的空氣被壓縮,壓力升高;當花紋塊壓在路面上時,部分空氣從溝槽前端被擠出;當花紋塊離開路面時,溝槽容積迅速恢復,內部壓力驟降,外部空氣快速流入,形成壓力脈動並向外輻射噪音 [218][219]。



空氣泵浦的理論模型

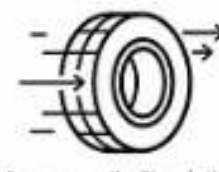
早期的空氣泵浦理論模型將花紋溝槽簡化為一維的管道或空腔,並假設其中的空氣運動為準靜態或低頻振動 [220]。基於這種簡化,可以建立溝槽內壓力與容積變化之間的關係。對於絕熱壓縮過程,理想氣體的壓力-容積關係為:

$$pV^\gamma = \text{const}$$

其中 p 為壓力, V 為容積, γ 為比熱比(空氣約為 1.4) [221]。當溝槽容積從 V_0 變化到 V 時,壓力變化為:

$$p = p_0(V_0/V)^\gamma$$

其中 p_0 為大氣壓力。這一簡單模型能夠定性地解釋空氣泵浦產生壓力脈動的機制,但無法準確預測壓力的幅值與時間歷程,因為它忽略了空氣的流動、溝槽口部的聲學阻抗、以及與周圍空氣的相互作用 [222]。



為了改進理論模型,研究者引入了更多的物理細節 [223]。Hayden 提出的管道共振模型考慮了溝槽作為開口管的聲學共振特性,指出當激勵頻率接近溝槽的共振頻率時,壓力脈動會被放大 [224]。溝槽的基頻共振頻率可以估算為:

$$f_1 \approx c / (2L_{\text{eff}})$$

其中 c 為聲速(約 343 m/s), L_{eff} 為溝槽的有效長度(約為幾何長度加上端部修正) [225]。對於典型的花紋溝槽(長度 10-30 mm),基頻共振在 6-17 kHz 範圍,這與觀測到的高頻噪音峰值相符 [226]。

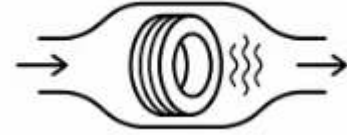
計算流體動力學方法

隨著計算流體動力學 (Computational Fluid Dynamics, CFD) 技術的發展,研究者開始採用 CFD 方法直接模擬花紋溝槽內的空氣流動與壓力脈動 [227]。CFD 模擬需要求解描述流體運動的 Navier-Stokes 方程：

$$\text{連續性方程： } \partial \rho / \partial t + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

$$\text{動量方程： } \rho (\partial \mathbf{u} / \partial t + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{f}$$

$$\text{能量方程： } \rho c_p (\partial T / \partial t + \mathbf{u} \cdot \nabla T) = \nabla \cdot (\mathbf{k} \nabla T) + \Phi$$



其中 ρ 為密度, \mathbf{u} 為速度矢量, p 為壓力, $\boldsymbol{\tau}$ 為黏性應力張量, \mathbf{f} 為體積力, T 為溫度, c_p 為定壓比熱, \mathbf{k} 為熱傳導係數, Φ 為黏性耗散項 [228]。

對於輪胎空氣泵浦問題,由於涉及溝槽幾何的大幅變形(隨輪胎滾動而變化)與移動邊界(花紋塊的接觸-分離),需要採用動網格技術 (Dynamic Mesh) 或浸沒邊界方法 (Immersed Boundary Method) 來處理流體域的拓撲變化 [229][230]。動網格方法透過動態調整網格節點位置來適應邊界運動,保持網格質量;而浸沒邊界方法則在固定的背景網格上透過源項或約束條件來表徵移動邊界的影響 [231]。

流固耦合模擬

更精確的空氣泵浦模擬需要考慮流體與固體結構之間的雙向耦合 [232]。一方面,溝槽容積的變化受輪胎結構變形控制;另一方面,溝槽內的壓力脈動會對溝槽壁面施加力,影響結構的振動 [233]。這種流固耦合 (Fluid-Structure Interaction, FSI) 問題可以透過分區耦合方法求解:分別求解固體域的結構動力學方程與流體域的 Navier-Stokes 方程,並在流固界面上交換邊界條件(固體側提供位移/速度邊界,流體側提供壓力/應力邊界) [234][235]。

流固耦合模擬的挑戰在於固體與流體的時間尺度差異:結構振動的特徵時間通常較短(毫秒量級),而流動過程可能較慢(特別是當涉及複雜的渦流與湍流時);此外,兩者的空間離散化(固體用有限元網格,流體用有限體積網格)也需要在界面上進行插值映射 [236]。為了克服這些困難,研究者發展了多種耦合演算法,如鬆弛耦合 (Loose Coupling)、強耦合 (Strong Coupling)、以及單片耦合 (Monolithic Coupling) [237][238]。

應用流固耦合方法的研究表明,對於柔性較大的溝槽壁面,壁面的彈性變形可以顯著改變空氣泵浦的效率:柔性壁面可以吸收部分壓力脈動能量,減少向外輻射的聲能 [239]。這為透過材料與結構設計降低空氣泵浦噪音提供了新思路 [240]。

空氣泵浦聲源的量化

空氣泵浦效應在聲學上可以建模為偶極子聲源 (Dipole Source) 或體積速度源 (Volume Velocity Source) [241]。偶極子聲源的強度與溝槽開口處的非定常流體動量通量有關,而體積速度源的強度則與溝槽容積的變化率成正比 [242]。對於低馬赫數流動(輪胎滾動速度遠低於聲速),體積速度源通常是更合適的模型 [243]。溝槽開口處的體積速度可以透過 CFD 模擬獲得,其時間歷程反映了空氣泵浦的動態特性 [244]。將體積速度進行傅立葉變換可得到其頻譜,這直接對應於聲源的頻譜特性。研究表明,空氣泵浦聲源的頻譜通常在 800-1600 Hz 範圍內有顯著峰值,這與溝槽幾何的共振特性相關 [245]。



基於 CFD 模擬得到的聲源信息,可以進一步使用聲學傳播模型(如邊界元法、有限元法、或 Lighthill 聲類比方法)計算遠場噪音 [246][247]。這種兩步法(先計算聲源,再計算聲傳播)的優點是將複雜的近場流體動力學問題與相對簡單的遠場聲學問題分離,從而提高計算效率與靈活性 [248]。

花紋設計參數的影響

空氣泵浦效應強烈依賴於花紋的幾何參數,包括溝槽深度、寬度、形狀、以及開閉特性等 [249]。深而窄的溝槽會產生較大的壓力變化,但開口阻抗也較大,限制了空氣的流入流出;淺而寬的溝槽則相反 [250]。透過參數化研究可以找到使空氣泵浦噪音最小的溝槽幾何配置 [251]。

橫向溝槽(垂直於滾動方向)是空氣泵浦的主要貢獻者,因為它們的容積隨滾動發生大幅變化;而縱向溝槽(平行於滾動方向)的貢獻較小 [252]。因此,減少橫向溝槽的數量與深度是降低空氣泵浦噪音的直接手段,但這必須與排水性能、抓地性能等其他要求平衡 [253]。

封閉式花紋塊(溝槽兩端被封閉)會產生更強的空氣泵浦效應,因為空氣只能從開口端進出,壓縮比更大;開放式花紋塊(溝槽至少一端與輪胎肩部或其他溝槽連通)則允許空氣從多個方向流動,降低了壓力峰值 [254]。現代低噪音輪胎設計中常採用導流溝槽 (Air Flow Channels) 或通氣孔 (Ventilation Holes) 等特徵,為溝槽內空氣提供額外的逃逸路徑,從而減弱空氣泵浦效應 [255][256]。

8.3.2 輪胎空腔共振建模(Modeling of Tire Cavity Resonance)

輪胎空腔共振 (Tire Cavity Resonance) 是輪胎內部空氣腔體的聲學共振現象,在 200-250 Hz 頻段產生顯著的噪音峰值,對乘坐舒適性有重要影響 [257][258]。空

腔共振的物理本質是輪胎內部封閉空間內聲波的駐波共振,類似於管樂器的共鳴原理 [259]。

空腔共振的理論分析

最簡化的空腔共振模型將輪胎內腔近似為環形管道,其周長為輪胎中心線周長 L [260]。對於這樣的環形聲學空腔,其共振頻率可以透過求解聲波方程的本徵值問題獲得。對於低階模態(周向波數較小),共振頻率近似為:

$$f_n = nc / L$$

其中 n 為周向波數 ($n = 1, 2, 3, \dots$), c 為空氣中的聲速 [261]。對於典型的乘用車輪胎(直徑約 $0.6-0.7\text{ m}$),基頻 ($n=1$) 約為 $230-250\text{ Hz}$,這與實測的空腔共振頻率吻合良好 [262]。

然而,實際輪胎內腔的幾何形狀遠比簡單環形複雜:斷面形狀不規則、存在輪輻遮擋、空間非均勻等因素都會影響共振特性 [263]。更精確的理論分析需要求解三維聲學波動方程,考慮實際的邊界形狀與條件 [264]。

聲學有限元與邊界元方法

輪胎空腔共振的數值模擬通常採用聲學有限元法 (Acoustic FEM) 或邊界元法 (Acoustic BEM) [265]。聲學有限元法求解整個流體域內的聲壓場,其控制方程為 Helmholtz 方程:



$$\nabla^2 p + k^2 p = 0$$

其中 p 為聲壓, $k = \omega/c$ 為波數, ω 為角頻率 [266]。邊界條件包括剛性邊界(輪胎內壁與輪輻表面,滿足法向速度為零)與振動邊界(受激勵的輪胎結構部分,指定法向加速度) [267]。

對於模態分析,需要求解齊次 Helmholtz 方程的本徵值問題,得到空腔的共振頻率與聲壓分佈模態 [268]。對於強迫響應分析,則需要在給定邊界激勵下求解非齊次方程,得到穩態或瞬態聲壓響應 [269]。

邊界元法僅需要在邊界表面離散化,相比有限元法減少了空間維度,對於外部聲場問題尤為高效 [270]。然而,對於輪胎內腔這樣的封閉空間,有限元法與邊界元法的計算效率相當,前者因其對複雜幾何的適應性與商業軟體的支持而更常用 [271]。

流固耦合的空腔共振分析

輪胎空腔共振不是孤立的聲學現象,而是與輪胎結構振動密切耦合的 [272]。一方面,輪胎結構在路面激勵下的振動會激發腔內聲場;另一方面,腔內聲壓脈動作用於輪胎內壁,改變其振動特性 [273]。這種聲固耦合 (Acoustic-Structure Interaction) 會導致耦合模態的出現,其頻率與振型特徵既不同於純結構模態,也不同於純聲學模態 [274]。

聲固耦合問題的數學描述涉及結構動力學方程與聲學方程的聯立求解 [275]：

$$\text{結構方程： } [\mathbf{M}_s]\{\ddot{\mathbf{u}}_s\} + [\mathbf{C}_s]\{\dot{\mathbf{u}}_s\} + [\mathbf{K}_s]\{\mathbf{u}_s\} = \{\mathbf{F}_s\} + [\mathbf{L}]^T\{\mathbf{p}\}$$

$$\text{聲學方程： } [\mathbf{M}_f]\{\ddot{\mathbf{p}}\} + [\mathbf{C}_f]\{\dot{\mathbf{p}}\} + [\mathbf{K}_f]\{\mathbf{p}\} = \rho_0[\mathbf{L}]\{\ddot{\mathbf{u}}_s\}$$

其中下標 s 表示結構, f 表示流體; $[\mathbf{L}]$ 為耦合矩陣,描述流固界面上的相互作用 [276]。求解這一耦合系統可以得到耦合模態的頻率與振型,以及在外部激勵下的耦合響應 [277]。

研究表明,對於充氣輪胎,空腔聲學模態與結構振動模態之間的耦合強度取決於兩者的頻率接近程度與模態形狀的匹配程度 [278]。當某一結構模態的頻率接近空腔共振頻率,且兩者的空間模態形狀相似(即結構振型在流固界面上產生的體積變化能有效激發聲學模態)時,會發生強烈耦合,導致顯著的噪音放大 [279]。

空腔共振的控制方法

由於空腔共振對輪胎噪音的顯著貢獻,研究者發展了多種控制方法 [280]：

(1) **改變空腔形狀與體積**：透過調整輪胎斷面形狀或充氣壓力改變空腔的聲學特性,使共振頻率偏離主要激勵頻率範圍 [281]。然而,這種方法的可調範圍有限,且可能影響其他性能指標 [282]。

(2) **引入吸音材料**：在輪胎內壁附著多孔吸音材料或在空腔內放置吸音體(如聚氨酯泡沫環),透過聲能耗散降低共振峰值 [283][284]。這種方法效果顯著(可降低 2-4 dB),但會增加輪胎重量與成本,且吸音材料需要耐受高溫、離心力等嚴苛環境 [285]。

(3) **主動控制技術**：使用安裝在輪胎內部或輪輞上的傳感器與致動器,透過反饋控制產生與空腔共振相位相反的聲場或振動,實現主動消聲 [286]。這種方法理論上可以實現更好的控制效果,但系統複雜度高、可靠性要求嚴格,目前主要處於研究階段 [287]。

(4) **分隔空腔**：透過在輪胎內部引入隔板或採用多室結構,破壞環形空腔的完整性,從而消除或分散共振峰值 [288]。這種方法的挑戰在於如何在不顯著增加重量與複雜度的前提下實現有效分隔 [289]。

數值模擬為評估與優化這些控制方法提供了有力工具 [290]。例如，可以在有限元模型中加入吸音材料的複數聲學阻抗邊界條件，預測其對共振頻率與峰值的影響，從而在實物試製前完成材料選型與參數優化 [291]。

8.3.3 氣動噪音與氣流效應(Aerodynamic Noise and Flow-Induced Effects)

除了空氣泵浦與空腔共振，輪胎周圍的氣流還會產生氣動噪音 (Aerodynamic Noise)，特別是在高速行駛時(> 100 km/h)，氣動噪音的貢獻逐漸增加 [292][293]。輪胎氣動噪音的產生機制主要包括：氣流繞過輪胎與車身時產生的湍流噪音、氣流與花紋溝槽相互作用產生的腔體振蕩與共鳴、以及輪胎表面邊界層分離產生的渦噪音 [294]。

氣動聲學的基本理論

氣動聲學研究流體運動產生的聲波輻射，其理論基礎是 Lighthill 聲類比理論 [295]。Lighthill 將 Navier-Stokes 方程重新整理為波動方程形式：

$$\partial^2 \rho' / \partial t^2 - c_0^2 \nabla^2 \rho' = \partial^2 T_{ij} / \partial x_i \partial x_j$$

其中 ρ' 為密度脈動， c_0 為參考聲速， T_{ij} 為 Lighthill 應力張量，包含了流體運動的所有非線性與黏性效應 [296]。方程右側可以看作聲源項，其物理意義是湍流與剪切流產生的有效聲源 [297]。

對於低馬赫數流動（如輪胎周圍氣流，馬赫數 $M < 0.3$ ），Lighthill 聲類比可以簡化為 Curle 方程或 Ffowcs Williams-Hawkins (FW-H) 方程，後者考慮了固體邊界的運動與聲散射效應 [298][299]。FW-H 方程的一般形式為：

$$\square^2(\rho' \mathbf{H}) = [\partial^2 T_{ij} / \partial x_i \partial x_j] \mathbf{H} + [P_{ij} n_j \partial / \partial x_i] \delta(\mathbf{f}) + [\rho_0 v_n \partial / \partial t] \delta(\mathbf{f})$$

其中 \mathbf{H} 為 Heaviside 函數， δ 為 Dirac 函數， $f=0$ 定義固體表面， P_{ij} 為表面應力張量， v_n 為表面法向速度 [300]。方程右側三項分別代表體積四極子源（湍流噪音）、表面偶極子源（表面壓力脈動）、與表面單極子源（體積排代效應） [301]。

輪胎氣動噪音的 CFD 模擬

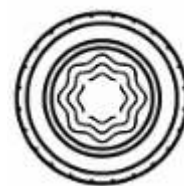
輪胎氣動噪音的模擬通常採用兩步法：首先用 CFD 方法計算輪胎周圍的非定常流場，獲得聲源信息（如表面壓力脈動、湍流應力等）；然後將這些聲源信息代入聲學方程（如 FW-H 方程），計算遠場噪音 [302][303]。

流場模擬的關鍵是準確捕捉湍流特性 [304]。對於輪胎周圍的複雜流動，雷諾數通常在 10^6 量級，流動處於充分發展的湍流狀態 [305]。直接數值模擬 (Direct

Numerical Simulation, DNS) 雖然能夠精確求解所有尺度的湍流結構，但計算成本過於高昂，不適用於工程應用 [306]。

大渦模擬 (Large Eddy Simulation, LES) 透過直接求解大尺度湍流結構、模化小尺度結構的方式，在精度與效率之間取得較好平衡，是目前氣動聲學模擬的首選方法 [307][308]。在 LES 中，透過空間濾波將流動變量分解為可解尺度與亞格子尺度，後者的影響透過亞格子模型（如 Smagorinsky 模型、動態模型等）來表徵 [309]。

對於更高效的工程計算，也可以採用分離渦模擬 (Detached Eddy Simulation, DES) 或雷諾平均 Navier-Stokes (RANS) 結合聲類比的方法 [310]。DES 結合了 RANS 與 LES 的優點：在邊界層附近使用 RANS 以減少近壁網格需求，在分離區使用 LES 以捕捉非定常大渦結構 [311]。雖然 RANS 方法計算效率最高，但由於其時間平均的本質，無法直接獲得非定常聲源信息，需要結合隨機噪音模型（如 Proudman 公式）進行估算，精度較低 [312]。



花紋溝槽的空氣動力學效應

輪胎表面的花紋溝槽會顯著改變氣流特性 [313]。當氣流掠過溝槽時，會在溝槽內形成複雜的三維流動結構，包括橫向渦、縱向渦、以及可能的剪切層不穩定性 [314]。在某些條件下，溝槽會產生自激振蕩，類似於管樂器的發聲機制，這種現象稱為溝槽腔體共鳴 (Cavity Resonance) 或氣流誘發振蕩 (Flow-Induced Oscillation) [315]。

溝槽腔體共鳴的發生條件與溝槽的長深比、氣流速度、以及溝槽開口特性有關 [316]。經典的 Rossiter 公式可以預測溝槽共鳴的頻率：

$$f_n = (U/L) \times (n - \alpha) / (M + 1/\kappa)$$

其中 U 為來流速度， L 為溝槽長度， M 為馬赫數， n 為模態數 ($n=1, 2, 3, \dots$)， α 與 κ 為經驗常數（通常 $\alpha \approx 0.25$ ， $\kappa \approx 0.57$ ） [317]。對於典型輪胎花紋溝槽與車速範圍，共鳴頻率通常在 500-3000 Hz，恰好位於人耳敏感頻段 [318]。

抑制溝槽腔體共鳴的方法包括：（1）優化溝槽幾何，避免產生強自激振蕩的長深比；（2）在溝槽內設置擾流裝置（如凸起、斜角等），破壞規則的渦結構；（3）採用非均勻或隨機化的溝槽排列，避免周期性共鳴的疊加 [319][320]。

輪胎表面粗糙度與邊界層噪音

輪胎表面的粗糙度（包括花紋細節、磨損紋理、以及材料固有的表面特性）會影響邊界層的發展與湍流特性 [321]。粗糙表面會提前觸發邊界層的轉捩（從層流轉變為湍流），增加湍流強度與壁面應力脈動，從而增加氣動噪音 [322]。

邊界層噪音的頻譜特性與邊界層厚度、粗糙元尺寸、以及流速有關 [323]。理論與實驗研究表明，邊界層壓力脈動的頻譜在低頻段（ $St = f\delta/U < 1$ ， St 為 Strouhal 數， δ 為邊界層厚度）隨頻率增加而上升，在中頻段達到峰值，高頻段則迅速衰減 [324][325]。對於輪胎，邊界層厚度通常為數毫米至數厘米量級，對應的峰值頻率在 500-2000 Hz 範圍 [326]。

降低邊界層噪音的策略主要是控制表面粗糙度：盡量減少不必要的表面凸起與不規則性，對於必要的花紋特徵（如刀槽花紋），優化其幾何形狀與方向，使其對邊界層的擾動最小 [327]。近年來，仿生學設計（如模仿鯊魚皮膚的表面微結構）在降低邊界層阻力與噪音方面顯示出潛力，這些概念也開始在輪胎設計中探索 [328][329]。



氣動噪音的實驗驗證

氣動噪音的模擬結果需要透過風洞實驗或道路實驗驗證 [330]。氣動聲學風洞 (Aeroacoustic Wind Tunnel) 是專門設計用於低背景噪音環境下測量氣動噪音的設施，通常配備消聲壁面、聲學測量陣列（如麥克風陣列）、以及流場測量設備（如熱線風速儀、PIV 等） [331][332]。

在風洞實驗中，可以採用聲源定位技術（如波束成形 Beamforming、聲全息 Acoustic Holography 等）識別輪胎表面的主要噪音源位置，這為驗證數值模擬的聲源分佈提供了依據 [333][334]。透過對比實驗測量與模擬預測的遠場噪音值、頻譜特性、以及方向性，可以評估模擬方法的準確性並改進模型 [335]。

需要指出的是，實驗室條件與實際道路條件存在差異（如地面效應、車身遮擋、環境風等），因此最終的驗證還需要結合道路實驗數據 [336]。現代車輛常配備的聲學傳感器陣列（如 NVH 測試系統）可以在實際行駛中採集數據，為模型校準與驗證提供真實工況信息 [337]。

8.4 輪胎聲輻射計算(Computation of Tire Sound Radiation)

8.4.1 邊界元法在聲輻射中的應用(Application of the Boundary Element Method in Sound Radiation Analysis)

輪胎結構振動與氣動激勵產生的聲源最終透過空氣介質傳播到遠場，形成可聽的噪音 [338]。聲輻射計算的任務是根據已知的聲源信息（如結構表面振動速度、

空氣泵浦體積速度、氣動聲源等) 預測遠場的噪音值與頻譜特性 [339]。邊界元法 (Boundary Element Method, BEM) 是計算結構聲輻射最常用的數值方法之一，特別適合外部聲場問題 [340]。

聲學邊界元法的理論基礎

聲學邊界元法基於 Helmholtz 方程的邊界積分形式 [341]。對於時諧聲場 (頻率為 ω)，聲壓 p 滿足 Helmholtz 方程：

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0$$

其中 $k = \omega/c$ 為波數。利用 Green 函數 (自由空間中點源的解) 與 Green 第二定理，可以將域內問題轉化為邊界上的積分方程 [342]：

$$c(x)p(x) = \int_S [p(y)\partial G/\partial n(x,y) - G(x,y)\partial p/\partial n(y)] dS(y)$$

其中 x 為場點， y 為邊界上的源點， S 為邊界表面， $G(x,y)$ 為 Green 函數， $\partial/\partial n$ 表示法向導數， $c(x)$ 為幾何係數 (對於光滑邊界上的點 $c = 0.5$) [343]。

透過在邊界上離散化 (通常採用三角形或四邊形單元) 並施加適當的邊界條件 (如剛性邊界、指定速度邊界、阻抗邊界等)，上述積分方程可以轉化為線性代數方程組求解 [344]。求解後，不僅得到邊界上的聲學量，還可以計算域內任意點的聲壓 [345]。

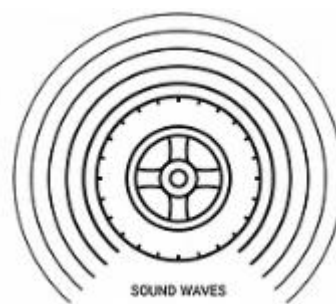
邊界元法的優勢與局限

相比體網格方法 (如有限元法)，邊界元法的主要優勢包括 [346]：

- (1) **降維特性**：只需要在邊界表面離散化，減少了空間維度，對於外部聲場問題大幅降低了模型規模；
- (2) **自動滿足遠場條件**：Green 函數自動包含了 Sommerfeld 輻射條件，無需人工設置吸收邊界或無限元；
- (3) **精度優勢**：對於輻射問題，邊界元法通常比有限元法具有更高的精度，特別是在預測遠場聲壓時。

然而，邊界元法也存在一些局限 [347]：

- (1) **計算成本隨頻率增加**：為了保證精度，每個波長需要足夠的單元數 (通常要求每波長 6-10 個單元)，因此高頻問題的計算成本很高；
- (2) **滿秩系統矩陣**：邊界元法產生的係數矩陣是滿秩的 (不像有限元法的稀疏矩陣)，存儲與求解成本隨自由度數平方增長；
- (3) **內部共振問題**：在某些特定頻率 (對應於假想封閉空腔的共振頻率)，邊



界積分方程會出現非唯一解，需要特殊處理（如 CHIEF 方法、Burton-Miller 方法等） [348][349]。

快速邊界元方法

為了克服傳統邊界元法的計算成本限制，研究者發展了多種快速演算法 [350]。快速多極邊界元法 (Fast Multipole BEM, FMBEM) 利用多極展開技術，將遠距離單元之間的相互作用近似為低階項的組合，從而將計算複雜度從 $O(N^2)$ 降低到 $O(N \log N)$ 或 $O(N)$ ，其中 N 為自由度數 [351][352]。這使得處理數十萬甚至上百萬自由度的大規模問題成為可能 [353]。

自適應交叉近似 (Adaptive Cross Approximation, ACA) 是另一種加速技術，透過低秩矩陣近似減少係數矩陣的存儲與計算需求 [354]。ACA 方法實現相對簡單，且可以與傳統邊界元代碼結合，因而在工程軟體中得到廣泛應用 [355]。

多層快速多極演算法 (Multilevel Fast Multipole Algorithm, MLFMA) 進一步提升了計算效率，透過引入多層次的空間分組與轉換，實現了接近線性的計算複雜度 [356]。MLFMA 特別適合於電大尺寸問題（結構尺寸遠大於波長），在高頻聲學與電磁學中都有成功應用 [357]。

輪胎聲輻射的邊界元建模

在輪胎聲輻射計算(Computation of Tire Sound Radiation)中，邊界元法的典型工作流程為 [358]：

(1) **建立聲學邊界元網格**：基於輪胎結構的幾何模型，在其外表面創建聲學邊界元網格。網格密度由最高分析頻率決定，通常要求單元尺寸小於最小波長的 $1/6$ [359]。

(2) **施加邊界條件**：將結構動力學分析得到的表面振動速度（法向速度）作為邊界條件施加到邊界元模型上。對於包含空氣泵浦等非結構聲源的情況，需要在相應位置定義體積速度源或偶極子源 [360]。

(3) **求解邊界積分方程**：對於每個分析頻率，求解邊界元方程組，得到邊界表面上的聲壓分佈 [361]。

(4) **計算遠場聲壓**：利用邊界解與 Green 函數，計算指定場點（如麥克風位置）的聲壓，進而得到噪音值頻譜、總噪音值、以及方向性等聲學指標 [362]。

為了提高計算效率，通常將頻率範圍分為若干頻帶（如 $1/3$ 倍頻程），對每個頻帶的中心頻率進行計算，然後假設頻帶內的噪音值變化平滑，透過插值得到連續頻譜 [363]。

路面與車身的聲學影響

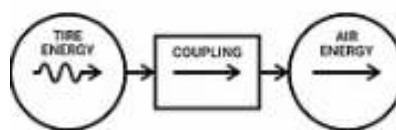
實際的輪胎聲輻射不是在自由場中進行的，而是受到路面與車身的聲學影響 [364]。路面可以看作一個剛性反射面，會改變聲場的分佈與干涉模式 [365]。車身則對輪胎聲源有遮擋與散射效應，特別是對於高頻聲波，車身的聲影效應顯著 [366]。

在邊界元模擬中，可以透過引入額外的邊界來建模這些影響 [367]：路面可以建模為無限大剛性平面（透過鏡像法處理）或有限尺寸的聲學邊界；車身可以建模為剛性散射體，其表面也需要離散化並包含在邊界元系統中 [368]。

然而，包含路面與車身的完整模型會大幅增加計算規模 [369]。為了平衡精度與效率，可以採用分步計算策略：首先計算輪胎在自由場中的聲輻射；然後採用射線追蹤法或簡化的衍射模型考慮路面反射與車身遮擋的影響 [370]。這種混合方法在工程精度要求下是可接受的 [371]。

8.4.2 統計能量分析方法(Statistical Energy Analysis Methods)

對於高頻聲學問題（通常 > 1000 Hz），傳統的確定性方法（如有限元法、邊界元法）面臨巨大挑戰：模態密度極高、對模型細節與參數極為敏感、計算成本隨頻率快速增長 [372][373]。在這種情況下，統計能量分析 (Statistical Energy Analysis, SEA) 方法提供了一種有效的替代途徑 [374]。



SEA 的基本原理

SEA 方法基於這樣的理念：在高頻段，與其追求每個模態的精確解，不如用統計平均的方式描述系統的能量分佈與流動 [375]。SEA 將複雜系統劃分為若干子系統（或稱為「統計能量單元」），每個子系統內部假設能量均勻分佈、模態密集且能量等分配，子系統之間透過耦合損耗因子交換能量 [376][377]。

SEA 的能量平衡方程為：

$$\omega \eta_i E_i + \sum_j \omega \eta_{ij} (E_j - E_i n_j/n_i) = P_i^n$$

其中 ω 為角頻率， η_i 為子系統 i 的內部損耗因子， E_i 為子系統 i 的能量， η_{ij} 為子系統 i 到 j 的耦合損耗因子， n_i 為子系統 i 的模態密度， P_i^n 為輸入到子系統 i 的功率 [378]。

對於包含 N 個子系統的系統，可以建立 N 個這樣的方程，構成線性方程組求解各子系統的能量 [379]。一旦得到能量分佈，就可以計算各子系統的空間平均響應量（如振動速度均方值、聲壓均方值等）[380]。

SEA 在輪胎噪音中的應用

在輪胎噪音的 SEA 建模中，典型的子系統劃分包括 [381]：



(1) **輪胎結構子系統**：根據輪胎的組成部分（如胎面、側壁、胎圈等）或振動特性（如彎曲振動、縱向振動等）劃分為若干結構子系統 [382]。

(2) **輪胎內腔聲子系統**：輪胎內部空氣腔體構成一個聲學子系統 [383]。

(3) **外部聲場子系統**：輪胎周圍的空氣域，可以進一步劃分為近場與遠場子系統 [384]。

(4) **路面子系統**：路面結構也可以建模為子系統，與輪胎透過接觸耦合 [385]。子系統之間的耦合損耗因子是 SEA 模型的關鍵參數，它們描述了能量在不同子系統間的傳遞效率 [386]。對於一些標準的耦合類型（如樑-板連接、板-腔耦合等），有理論公式可以計算耦合損耗因子；對於複雜的耦合（如輪胎-路面接觸），則需要透過實驗測量或高精度數值模擬確定 [387][388]。

混合 SEA/確定性方法

為了結合 SEA 的高頻效率與確定性方法的低頻精度，研究者發展了混合方法 [389]。在混合模型中，對於低頻段採用有限元或邊界元方法獲得確定性解；對於高頻段則轉換為 SEA 描述；在中頻過渡段，兩種方法的結果透過適當的方式融合 [390]。

另一種混合策略是在同一頻段內對不同子系統採用不同方法：對於幾何與邊界條件明確、模態數量適中的子系統（如輪胎內腔聲場）採用確定性方法；對於複雜且高模態密度的子系統（如輪胎結構）採用 SEA 方法 [391]。這種空間混合方法能夠在保證關鍵部分精度的同時提高整體效率 [392]。

SEA 的優勢與局限

SEA 方法的主要優勢包括 [393]：

- (1) **高頻效率**：計算成本基本不隨頻率增加，適合處理寬頻問題；
- (2) **對細節不敏感**：由於採用統計平均，對模型的小誤差與不確定性具有魯棒性；

(3) **物理洞察**：能量流的觀點為理解系統的振動噪音傳遞路徑提供了直觀的物理圖像。

然而，SEA 也有其局限性 [394]：

(1) **高模態密度假設**：SEA 要求每個頻帶內有足夠多的模態（通常 >3-5 個），低頻時這一條件可能不滿足；

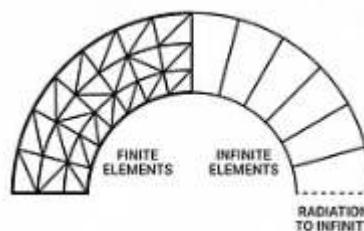
(2) **能量擴散假設**：假設子系統內能量均勻分佈，對於強局部化或非擴散場（如狹長結構）這一假設失效；

(3) **參數確定困難**：耦合損耗因子與內部損耗因子的準確確定依賴於實驗或詳細計算，存在不確定性。

儘管如此，對於輪胎噪音的高頻段分析，SEA 仍是一個有價值的工具，特別是在產品開發早期進行快速參數研究與趨勢分析時 [395]。

8.4.3 聲學有限元與無限元方法(Acoustic Finite Element and Infinite Element Methods)

除了邊界元法，聲學有限元法 (Acoustic FEM) 也廣泛用於聲輻射計算，特別是對於內部聲場問題或需要考慮流體結構複雜相互作用的情況 [396]。



聲學有限元法的基本公式

聲學有限元法將流體域離散為有限元網格，在每個單元內用形函數插值聲壓 [397]。對於時諧問題，離散後的 Helmholtz 方程可以寫為矩陣形式：

$$([\mathbf{K}_f] - \omega^2[\mathbf{M}_f] + i\omega[\mathbf{C}_f])\{\mathbf{p}\} = \{\mathbf{F}\}$$

其中 $[\mathbf{K}_f]$ 、 $[\mathbf{M}_f]$ 、 $[\mathbf{C}_f]$ 分別為聲學剛度矩陣、質量矩陣、阻尼矩陣， $\{\mathbf{p}\}$ 為節點聲壓向量， $\{\mathbf{F}\}$ 為聲源項 [398]。對於流固耦合問題，聲學方程需要與結構動力學方程耦合求解，形成增廣系統 [399]。

無限元與完美匹配層

聲學有限元法的主要挑戰是如何在有限的計算域內正確模擬無限外部空間的輻射條件 [400]。如果簡單地在計算域邊界施加剛性或自由邊界條件，會產生非物理的反射波，嚴重污染解的質量 [401]。

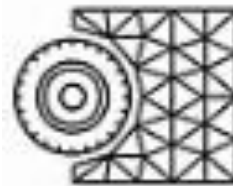
無限元 (Infinite Element) 方法透過使用特殊的衰減形函數，能夠在有限距離內模擬波向無窮遠傳播的特性 [402]。無限元通常布置在常規有限元域的外圍，形

成吸收層 [403]。然而，無限元的精度對頻率與入射角度敏感，在某些情況下吸收效果不理想 [404]。

完美匹配層 (Perfectly Matched Layer, PML) 是一種更為先進的吸收邊界技術 [405]。PML 透過引入複數坐標拉伸，在數學上保證任何角度與頻率的人射波都能被無反射吸收 [406]。PML 方法在電磁學領域獲得巨大成功後，也被成功推廣到聲學領域 [407]。在商業軟體（如 COMSOL、Actran 等）中，PML 已成為處理無限域聲學問題的標準工具 [408]。

有限元與邊界元的比較

對於外部聲輻射問題，邊界元法通常更高效，因為它只需要表面離散化且自動滿足輻射條件 [409]。然而，有限元法在以下情況下具有優勢 [410]：



(1) **複雜內部結構**：當流體域包含複雜的內部結構（如消聲器、多腔系統）時，有限元法更便於建模 [411]；

(2) **非均勻介質**：邊界元法基於 Green 函數，要求介質均勻；而有限元法可以方便地處理介質參數的空間變化（如溫度梯度、流動等） [412]；

(3) **流固耦合**：有限元法的結構與聲學部分可以在統一框架下處理，耦合實現相對簡單 [413]。

在實際應用中，也可以結合兩者的優點，採用有限元-邊界元耦合方法 (FEM-BEM Coupling)：用有限元處理近場複雜區域，用邊界元處理遠場輻射 [414][415]。

輪胎噪音的聲學有限元應用

在輪胎噪音模擬中，聲學有限元法主要用於以下方面 [416]：

(1) **輪胎內腔聲場分析**：精確計算空腔共振特性及其與結構振動的耦合 [417]；

(2) **近場聲壓分佈**：分析輪胎周圍的近場聲壓分佈，識別聲學熱點 [418]；

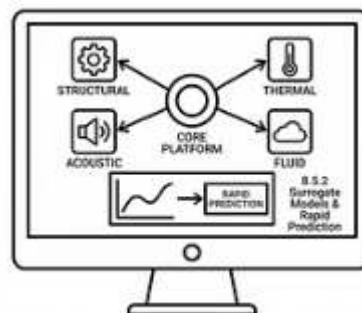
(3) **聲學材料效果預測**：評估吸音材料、聲學襯墊等降噪措施的效果 [419]。

對於遠場噪音預測，通常在有限元計算的基礎上進行後處理：提取近場聲壓數據，然後透過等效源法 (Equivalent Source Method) 或 Kirchhoff-Helmholtz 積分外推到遠場 [420][421]。這種混合方法結合了有限元處理複雜幾何的能力與積分方法外推的效率 [422]。

8.5 輪胎噪音預測的整合模擬平台(Integrated Simulation Platforms for Tire Noise Prediction)

8.5.1 多物理場耦合模擬框架 (Multiphysics Coupled Simulation Frameworks)

輪胎噪音的產生與傳播涉及結構動力學、接觸力學、流體動力學、聲學等多個物理領域的相互作用，單一物理場的模擬無法捕捉完整的物理圖像 [423]。多物理場耦合模擬 (Multi-Physics Coupled Simulation) 透過在統一框架下同時求解多個物理



場的控制方程，考慮它們之間的相互作用，從而實現更高精度的預測 [424]。

耦合模擬的基本策略

多物理場耦合可以採用不同的策略 [425]：

(1) **單片耦合 (Monolithic Coupling)**：將所有物理場的控制方程聯立為一個大型方程組同時求解。這種方法能夠準確捕捉強耦合效應，但計算成本高、實現複雜 [426]。

(2) **分區耦合 (Partitioned Coupling)**：分別求解各物理場，在界面或透過源項交換信息。根據交換方式可分為：

- **弱耦合 (Weak/Loose Coupling)**：在每個時間步，各物理場求解器順序執行，僅交換一次信息。計算效率高但可能出現數值不穩定 [427]。
- **強耦合 (Strong Coupling)**：在每個時間步內進行多次迭代，直到界面條件收斂。精度與穩定性好但計算成本較高 [428]。

(3) **單向耦合 (One-Way Coupling)**：一個物理場的解作為另一個物理場的輸入，但反向無影響。適用於某一方向的耦合效應顯著弱於另一方向的情況 [429]。

對於輪胎噪音問題，典型的耦合關係包括 [430]：

- **結構-接觸耦合**：輪胎變形影響接觸狀態，接觸力反過來激發結構振動（強耦合）；
- **結構-聲學耦合**：結構振動激發聲輻射，聲壓對輕質結構有反作用（一般為弱耦合，除非在共振點附近）；
- **流體-結構耦合**：花紋溝槽內氣流與溝槽壁面變形的相互作用（對空氣泵浦可能是強耦合）；
- **接觸-熱耦合**：摩擦生熱改變材料性能，影響接觸行為（長時間或高速時需考慮）。

整合模擬平台的架構

為了有效管理複雜的多物理場耦合模擬，需要建立整合模擬平台 [431]。典型的平台架構包括以下模塊 [432]：

(1) **幾何與網格管理模塊**：處理輪胎複雜幾何的參數化建模、網格生成與自適應細化 [433]；

(2) **多物理場求解器模塊**：整合或調用各類專業求解器（結構 FEA、CFD、聲學 BEM/FEM 等）[434]；

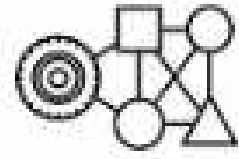
(3) **耦合控制模塊**：管理不同求解器之間的數據交換、坐標映射、時間同步、收斂判斷等 [435]；

(4) **材料數據庫**：存儲各種橡膠與複合材料在不同頻率、溫度、應變率下的力學與聲學參數 [436]；

(5) **後處理與可視化模塊**：提供豐富的結果提取、分析、與可視化功能，支持多物理場結果的聯合展示 [437]；

(6) **優化與參數研究模塊**：支持設計參數的自動變更、批量計算、以及與優化演算法的接口 [438]。

商業軟體與開源工具



目前已有多款商業軟體支持多物理場耦合模擬 [439]：

- **Abaqus**：強大的非線性結構分析能力，可與 Abaqus/Acoustic 模塊耦合進行聲固耦合分析，也可透過 co-simulation 與其他 CFD 軟體耦合 [440]。
- **ANSYS Workbench**：提供統一的多物理場模擬平台，包括結構（Mechanical）、流體（Fluent/CFX）、聲學（Mechanical/Acoustic）等模塊，支持雙向耦合 [441]。
- **COMSOL Multiphysics**：基於有限元法的多物理場模擬平台，支持高度定製的物理場組合與耦合方式 [442]。
- **Virtual.Lab / Simcenter 3D**：專注於聲學與振動分析，提供從結構動力學到聲輻射的完整工作流，包括 SEA、有限元、邊界元等多種方法 [443]。
- **LS-DYNA**：顯式動力學求解器，擅長處理高度非線性的瞬態問題（如衝擊、大變形接觸等），可與其聲學模塊 LS-DYNA/Acoustics 耦合 [444]。

開源工具如 OpenFOAM（CFD）、FEniCS（FEM）、deal.II（FEM）等也被研究者用於構建定製化的多物理場模擬框架 [445][446]。這些工具的優勢是靈活性與可擴展性，但需要較強的編程能力與數值方法知識 [447]。

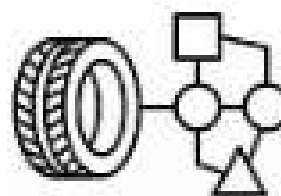
workflow 自動化與數據管理

複雜的多物理場模擬涉及大量的數據生成、傳遞、與存儲，手動管理容易出錯且效率低下 [448]。現代模擬平台通常整合 workflow 管理系統 (Workflow Management System)，透過腳本或圖形化界面定義模擬流程，實現自動化執行 [449]。

數據管理也是關鍵挑戰：一次完整的輪胎噪音模擬可能產生數十 GB 甚至 TB 級的數據 (包括網格、載荷、場變量、後處理結果等) [450]。需要建立合理的數據組織結構、命名規範、以及歸檔策略，確保數據的可追溯性與可重用性 [451]。基於產品數據管理 (Product Data Management, PDM) 或模擬數據管理 (Simulation Data Management, SDM) 系統可以有效支持大規模模擬項目的數據管理需求 [452]。

8.5.2 代理模型與快速預測方法(Surrogate Models and Rapid Prediction Methods)

儘管高精度多物理場模擬能夠提供詳細的物理洞察，但其計算成本往往高達數小時至數天，難以滿足產品開發中快速迭代與大規模參數探索的需求 [453]。代理模型 (Surrogate Model) 或稱元模型 (Metamodel) 透過學習少量高精度模擬樣本，建立設計參數與性能指標之間的近似關係，從而實現快速預測 [454]。



代理模型的類型

常用的代理模型方法包括 [455]：

(1) **多項式響應面 (Polynomial Response Surface, PRS)**：用低階多項式 (通常二次) 擬合輸入-輸出關係。簡單高效，但對高度非線性關係的擬合能力有限 [456]。

$$y = \beta_0 + \sum_i \beta_i x_i + \sum_i \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon$$

(2) **Kriging / 高斯過程回歸 (Gaussian Process Regression, GPR)**：基於空間統計理論，不僅提供預測值還提供預測不確定性，適合全局優化 [457][458]。

$$y(x) = f(x)^T \beta + Z(x)$$

其中 $f(x)$ 為回歸函數， $Z(x)$ 為零均值高斯過程，其協方差由相關函數 (如高斯核、Matérn 核) 確定。

(3) **徑向基函數 (Radial Basis Function, RBF)**：透過徑向基函數的線性組合進行插值，對散亂數據的插值效果好 [459]。

$$y(x) = \sum_i w_i \phi(\|x - x_i\|)$$

其中 ϕ 為徑向基函數 (如高斯、多二次、薄板樣條等)， x_i 為樣本點。

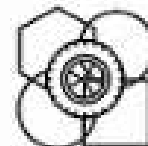
(4) **支持向量機 (Support Vector Machine, SVM)**：透過核技巧將非線性問題映射到高維空間進行線性回歸，對高維問題與小樣本有良好表現 [460]。

(5) **神經網絡 (Neural Network, NN)**：透過多層非線性變換學習複雜的輸入-輸出映射，表達能力強但需要較多訓練樣本，且存在過擬合風險 [461][462]。

(6) **降階模型 (Reduced-Order Model, ROM)**：透過投影方法（如 POD、PGD 等）將高維系統投影到低維子空間，保留主要動力學特徵 [463][464]。

代理模型的構建流程

構建代理模型的典型流程包括 [465]：



(1) **設計參數定義**：確定影響輪胎噪音的關鍵設計參數（如花紋幾何、材料參數、工作條件等）及其變化範圍 [466]；

(2) **試驗設計 (Design of Experiments, DOE)**：在參數空間中選擇訓練樣本點。常用方法包括拉丁超立方採樣 (Latin Hypercube Sampling, LHS)、正交陣列、Sobol 序列等，目標是用儘可能少的樣本覆蓋參數空間 [467][468]；

(3) **高精度模擬**：對每個樣本點執行多物理場耦合模擬，獲得性能指標（如總噪音值、特定頻率的峰值、心理聲學參數等） [469]；

(4) **模型訓練**：使用訓練數據擬合代理模型，確定模型參數 [470]；

(5) **模型驗證**：使用獨立的測試樣本評估代理模型的預測精度，常用指標包括決定係數 R^2 、均方根誤差 RMSE、最大絕對誤差等 [471]；

(6) **模型應用**：在優化、參數研究、不確定性量化等任務中使用代理模型進行快速預測 [472]。

自適應採樣與序貫設計

初始的 DOE 可能無法充分覆蓋重要區域（如高梯度區、最優解附近等），導致代理模型精度不足 [473]。自適應採樣 (Adaptive Sampling) 透過迭代過程逐步增加樣本：在每輪迭代中，根據當前模型的預測不確定性或其他準則（如期望改進 Expected Improvement）選擇新樣本點，執行模擬後更新模型，直到滿足精度或預算約束 [474][475]。

這種序貫設計 (Sequential Design) 策略能夠在給定預算下最大化代理模型的精度，特別適合高成本模擬的場景 [476]。例如，基於 Kriging 模型的高效全局優化 (Efficient Global Optimization, EGO) 演算法就採用了這一思想，在全局優化中取得了很好的效果 [477][478]。

深度學習在輪胎噪音預測中的應用

近年來，深度學習技術在工程預測中展現出強大潛力 [479]。卷積神經網絡 (Convolutional Neural Network, CNN) 可以直接從輪胎花紋的圖像中學習特徵，預測噪音性能，無需人工特徵工程 [480]。循環神經網絡 (Recurrent Neural Network, RNN) 或長短期記憶網絡 (Long Short-Term Memory, LSTM) 可以處理時間序列數據，預測噪音的時間歷程 [481]。

然而，深度學習模型通常需要大量訓練數據（數千至數萬樣本），而高精度輪胎模擬的成本很高，難以生成如此大規模數據集 [482]。為此，研究者探索了遷移學習 (Transfer



Learning)、少樣本學習 (Few-Shot Learning)、以及物理信息神經網絡 (Physics-Informed Neural Networks, PINNs) 等技術，試圖在小樣本條件下提高模型性能 [483][484][485]。

物理信息神經網絡特別值得關注：它在訓練目標中加入物理方程的殘差項，使模型不僅擬合數據，還滿足已知的物理定律，從而提高泛化能力與數據效率 [486][487]。初步研究表明，PINNs 在流體力學、結構力學等領域取得了成功，為輪胎噪音的快速預測提供了新思路 [488]。

8.5.3 模擬精度驗證與不確定性量化 (Validation of Simulation Accuracy and Uncertainty Quantification)

無論多麼精細的模擬模型，其預測結果的可信度最終取決於與實驗的比較 [489]。模型驗證與確認 (Verification and Validation, V&V) 是確保模擬可靠性的系統性過程 [490]。

驗證與確認的概念

根據 ASME V&V 標準的定義 [491]：

- **驗證 (Verification)**：確保數學模型被正確求解 (“solving the equations right”)。包括代碼驗證 (軟體實現無誤) 與計算驗證 (數值誤差可控) [492]。
- **確認 (Validation)**：確保數學模型正確代表真實物理 (“solving the right equations”)。透過與實驗數據對比評估模型的預測能力 [493]。

對於輪胎噪音模擬，驗證的關鍵是確保網格收斂性、時間步收斂性、以及求解器設置的正確性 [494]。常用的驗證方法包括網格細化研究 (Grid Refinement Study)、與解析解或標準算例的對比、以及代碼間的交叉驗證 [495]。

確認則需要設計針對性的實驗，測量模擬中涉及的物理量（如接觸壓力分佈、振動速度、噪音值等），並與模擬結果進行定量比較 [496]。由於實驗本身也存在不確定性（測量誤差、環境變化、樣本差異等），確認過程需要統計學方法處理 [497]。

不確定性量化

輪胎噪音模擬涉及大量不確定性來源 [498]：

（1）**參數不確定性**：材料參數（如模量、阻尼）、幾何尺寸、邊界條件等存在測量誤差或批次變異 [499]；

（2）**模型不確定性**：物理模型的簡化假設（如材料本構、接觸摩擦模型等）引入的系統誤差 [500]；

（3）**數值不確定性**：離散化、時間積分、迭代收斂容差等數值過程引入的誤差 [501]；

（4）**實驗不確定性**：測量儀器精度、環境干擾、操作者差異等導致的實驗數據分散 [502]。

不確定性量化 (Uncertainty Quantification, UQ) 的目標是系統地識別、量化、與傳播這些不確定性，評估其對預測結果的影響 [503]。

蒙特卡羅方法與方差分析

最直接的 UQ 方法是蒙特卡羅模擬 (Monte Carlo Simulation)：將不確定參數視為隨機變量，根據其概率分佈生成大量樣本，對每個樣本執行模擬，然後統計結果的分佈特徵（均值、方差、置信區間等） [504][505]。

然而，蒙特卡羅方法需要大量樣本（通常數百至數千）才能獲得穩定的統計結果，對於高成本模擬不切實際 [506]。為此，發展了多種加速方法 [507]：

- **拉丁超立方採樣 (LHS)**：透過分層採樣提高樣本的空間覆蓋效率，相比隨機採樣可減少樣本數 [508]；
- **重要性採樣 (Importance Sampling)**：在對結果影響大的參數區域集中採樣，提高估計效率 [509]；
- **準蒙特卡羅方法 (Quasi-Monte Carlo)**：使用低差異序列（如 Sobol 序列、Halton 序列）代替偽隨機數，加快收斂速度 [510]。

方差分析 (Variance-Based Sensitivity Analysis) 可以量化各不確定參數對結果方差的貢獻，識別關鍵參數 [511]。Sobol 敏感性指數是最常用的全局敏感性指標，其計算雖然成本較高，但可以透過代理模型加速 [512][513]。

多項式混沌展開

多項式混沌展開 (Polynomial Chaos Expansion, PCE) 是一種高效的 UQ 方法，它將隨機響應展開為正交多項式的級數 [514]：

$$y(\mathbf{x}, \xi) = \sum_i a_i \Psi_i(\xi)$$

其中 ξ 為標準隨機變量向量， Ψ_i 為正交多項式基（根據 ξ 的分佈選擇，如 Hermite 多項式對應高斯分佈）， a_i 為待定係數 [515]。

透過少量模擬樣本（透過配點法或回歸法）確定係數後，PCE 可以廉價地評估響應的統計矩、概率分佈、以及敏感性指數 [516][517]。對於低維問題（< 10 個不確定參數），PCE 的效率與精度都很高；對於高維問題，可以採用稀疏 PCE 或維度自適應方法 [518][519]。

貝葉斯方法與模型校準

貝葉斯框架提供了融合實驗數據與模擬模型的統一途徑 [520]。在貝葉斯模型校準中，未知的模型參數被視為隨機變量，其後驗分佈透過貝葉斯定理由先驗分佈與似然函數（實驗數據）更新：

$$p(\theta|D) \propto p(D|\theta) \times p(\theta)$$

其中 θ 為模型參數， D 為實驗數據， $p(\theta)$ 為先驗分佈， $p(D|\theta)$ 為似然函數， $p(\theta|D)$ 為後驗分佈 [521]。

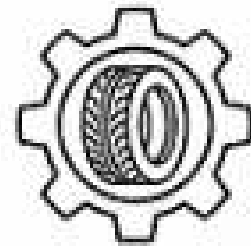
後驗分佈的計算通常採用馬爾可夫鏈蒙特卡羅 (Markov Chain Monte Carlo, MCMC) 方法，如 Metropolis-Hastings 演算法或 Hamiltonian Monte Carlo [522][523]。校準後的模型參數不僅考慮了物理測量，還量化了參數的不確定性，可用於後續的預測與優化 [524]。

預測置信度評估

最終，UQ 的目標是為模擬預測提供置信度評估 [525]。例如，不僅報告輪胎噪音的點估計值（如 72 dB），還提供置信區間（如 95% 置信區間為 70-74 dB），這對於設計決策與法規符合性評估至關重要 [526]。

當模型不確定性較大時，預測置信區間可能很寬，這提示需要改進模型（如採用更精細的物理描述）或增加實驗數據以約束參數 [527]。透過迭代的模型改進、校準、與驗證過程，可以逐步提高預測的可信度 [528]。

8.6 基於模擬的輪胎噪音優化設計 (Simulation-Based Optimization Design for Tire Noise Reduction)



8.6.1 優化問題的數學表述(Mathematical Formulation of Optimization Problems)

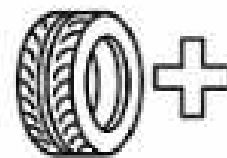
輪胎噪音優化設計的目標是在滿足性能約束（如抓地力、耐磨性、滾動阻力等）的前提下，透過調整設計參數（如花紋幾何、材料配方、結構參數等）使噪音最小化 [529]。這可以形式化為數學優化問題：

$$\min f(x)$$

$$\text{s.t. } g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m$$

$$** h_j(x) = 0, j = 1, \dots, p **$$

$$** x_l \leq x \leq x_u **$$



其中 x 為設計變量向量， $f(x)$ 為目標函數（如總噪音值）， g_i 與 h_j 為不等式與等式約束， x_l 與 x_u 為設計變量的上下界 [530]。

單目標與多目標優化

實際輪胎設計通常需要同時優化多個性能指標，如噪音、滾動阻力、濕地抓地力、磨耗等，這些目標之間往往存在衝突（trade-off）[531]。多目標優化問題不存在單一最優解，而是存在一組 Pareto 最優解（任何一個目標的改善都必須以其他目標的惡化為代價）[532]。

多目標優化的數學形式為：

$$\min F(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)]$$

s.t. 約束條件同上

求解多目標優化的方法包括 [533]：

- （1）**加權法**：將多個目標線性組合為單一目標 $f(x) = \sum_i w_i f_i(x)$ ，權重 w_i 反映各目標的相對重要性 [534]；
- （2）**約束法**：將部分目標轉化為約束條件，僅優化主要目標 [535]；
- （3）**Pareto 前沿法**：直接尋找 Pareto 最優解集，然後由設計者根據偏好選擇最終方案。常用演算法包括 NSGA-II、MOPSO 等 [536][537]。

設計變量的類型

輪胎噪音優化中的設計變量可以分為 [538]：

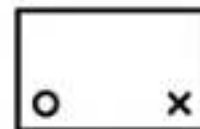
- （1）**連續變量**：如材料模量、溝槽寬度、節距長度等，可以在一定範圍內連續變化 [539]；
- （2）**離散變量**：如節距數量、帶束層數等，只能取整數值 [540]；
- （3）**分類變量**：如橡膠配方類型、花紋類型等，屬於有限的離散選項 [541]。

混合變量的存在增加了優化問題的複雜性，需要能夠處理混合變量的優化演算法，如遺傳算法、粒子群算法等啟發式方法 [542]。

8.6.2 梯度優化與全局優化方法 (Gradient-Based and Global Optimization Methods)

梯度法

對於連續、可微的優化問題，梯度法（如最速下降法、共軛梯度法、擬牛頓法等）是經典的優化方法 [543]。這些方法利用目標函數與約束的梯度信息（一階導數）或 Hessian 矩陣（二階導數）指導搜索方向，收斂速度快 [544]。



梯度的計算可以透過有限差分近似（數值微分）或伴隨法（adjoint method）實現 [545]。伴隨法在高維問題中特別高效：無論設計變量數量多少，僅需兩次模擬（一次正向求解，一次伴隨求解）即可獲得所有梯度，計算成本與設計變量數量無關 [546][547]。

然而，梯度法的主要問題是容易陷入局部最優，對初始點敏感 [548]。對於輪胎噪音這樣的高度非線性、多峰值問題，梯度法需要多次從不同初始點出發，或結合全局搜索策略 [549]。

全局優化方法

為了尋找全局最優或接近全局最優的解，需要採用全局優化方法 [550]：

(1) **遺傳算法 (Genetic Algorithm, GA)**：模擬生物進化過程，透過選擇、交叉、變異等操作在種群中搜索最優解。適合處理離散、混合變量與多峰值問題，但計算成本較高（需要大量函數評估） [551][552]。

(2) **粒子群優化 (Particle Swarm Optimization, PSO)**：模擬鳥群覓食行為，粒子在搜索空間中移動，透過信息共享逐步靠近最優解。實現簡單，收斂速度較快，但參數設置對性能影響大 [553][554]。

(3) **差分進化 (Differential Evolution, DE)**：透過種群成員間的差分向量產生新候選解，對連續優化問題效果好 [555]。

(4) **模擬退火 (Simulated Annealing, SA)**：模擬金屬退火過程，以一定概率接受較差解以跳出局部最優，概率隨“溫度”降低而減小 [556]。

(5) **代理模型輔助優化**：結合代理模型（如 Kriging）與優化演算法（如 EGO），在代理模型上進行高效搜索，僅在選定點執行昂貴的高精度模擬 [557][558]。

並行計算加速

優化過程通常需要大量的函數評估（數百至數千次），對於每次評估都需要數小時的輪胎模擬，串行計算耗時過長 [559]。好在許多優化演算法的函數評估是互相獨立的（如遺傳算法的種群評估、代理模型的樣本模擬等），可以並行化執行 [560]。

利用現代高性能計算集群 (High-Performance Computing Cluster)，可以同時運行數十至數百個模擬任務，大幅縮短優化週期 [561]。工作流管理系統（如 Slurm、PBS、LSF 等）可以自動調度與監控這些並行任務 [562]。



8.6.3 花紋優化與材料優化 (Tread Pattern Optimization and Material Optimization)

花紋參數優化

胎面花紋是影響輪胎噪音最直接的因素之一 [563]。花紋優化的設計變量包括：

(1) **節距設計**：節距長度序列、數量、以及排列方式。節距優化的目標是使接觸力的頻譜盡可能平坦，避免離散峰值 [564]。優化方法包括基於遺傳算法的組合優化、基於功率譜密度目標的數學規劃等 [565][566]。

(2) **溝槽幾何**：溝槽的寬度、深度、傾斜角、形狀等。溝槽優化需要平衡噪音與排水性能：深而寬的溝槽有利於排水但增加空氣泵浦噪音 [567]。參數化建模（如使用 B-spline 曲線描述溝槽輪廓）為溝槽優化提供了靈活的設計空間 [568]。

(3) **花紋塊形狀**：花紋塊的邊界形狀（如直線、曲線、鋸齒等）、倒角、刀槽花紋等細節特徵。優化這些特徵可以改變接觸剛度分佈與衝擊特性 [569]。

(4) **非對稱與方向性設計**：透過非對稱花紋（內外側不同）或方向性花紋利用滾動方向的單向性，進一步優化噪音性能 [570]。

拓撲優化在花紋設計中的探索

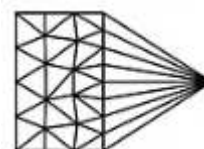
拓撲優化 (Topology Optimization) 是一種強大的結構優化方法，能夠在給定設計域內自動尋找最優材料分佈 [571]。近年來，研究者開始探索將拓撲優化應用於輪胎花紋設計 [572]。

在這種方法中，胎面被劃分為大量小單元，每個單元的密度（0 表示無材料即溝槽，1 表示有材料即橡膠）作為設計變量 [573]。透過優化這些密度變量，使得噪音目標函數（如結構表面振動能量、聲輻射功率等）最小化，同時滿足排水性能、接地壓力分佈等約束 [574]。

拓撲優化能夠產生創新的、非直覺的花紋形態，但其挑戰在於：（1）計算成本極高（設計變量可達數千至數萬）；（2）優化結果可能包含複雜的細節特徵，難以製造；（3）需要後處理（如邊界平滑、特徵尺寸控制）以獲得可製造的設計 [575][576]。儘管如此，拓撲優化代表了花紋設計的前沿方向，隨著計算能力與演算法的進步，其應用前景廣闊 [577]。

材料優化

輪胎的聲學性能強烈依賴於橡膠材料的黏彈性特性，特別是損耗因子（阻尼能力）[578]。高損耗因子的材料能夠更快地衰減振動，減少噪音輻射，但也可能影響其他性能（如滾動阻力、耐磨性）[579]。



材料優化的途徑包括：

（1）**配方優化**：透過調整橡膠配方（如填料類型與含量、增塑劑、硫化體系等）改變材料的動態力學性能 [580]。這通常涉及橡膠化學與材料科學的深入知識，以及大量的配方試驗 [581]。

（2）**功能梯度材料 (Functionally Graded Material, FGM)**：在胎面不同位置使用不同性能的材料，實現性能的空間優化配置 [582]。例如，接觸區使用高阻尼材料降低噪音，非接觸區使用低滾阻材料降低能耗 [583]。

（3）**複合材料與微結構設計**：透過在橡膠基體中引入特定幾何的填料或孔隙，設計具有目標聲學性能的複合材料 [584]。這可以看作是材料層面的拓撲優化 [585]。

材料優化的挑戰在於：材料性能與配方的關係高度非線性且缺乏精確的理論模型，通常依賴經驗與試錯 [586]。近年來，材料信息學 (Materials Informatics) 與機器學習的引入為材料優化提供了新工具：透過學習大量歷史配方數據，建立配方性能的預測模型，加速材料設計過程 [587][588]。

8.6.4 結構優化與多目標優化 (Structural Optimization and Multi-Objective Optimization)

輪胎結構參數優化

除了花紋與材料，輪胎的結構參數（如帶束層角度、簾線密度、側壁厚度、充氣壓力等）也影響其振動噪音特性 [589]。結構優化的目標是透過調整這些參數改變輪胎的模態特性與動態響應 [590]。

例如，帶束層角度影響輪胎的周向與徑向剛度，進而影響低階模態頻率 [591]。透過優化使關鍵模態頻率遠離主要激勵頻率（如節距頻率、空腔共振頻率），可以避免共振放大 [592]。側壁剛度則影響輪胎的側向振動特性，與車輛操穩性密切相關 [593]。

結構優化通常採用參數化有限元模型，將結構參數作為設計變量，透過優化演算法迭代調整 [594]。由於結構參數的變化會影響輪胎的多項性能（操穩、舒適、噪音、耐久等），通常需要採用多目標優化策略 [595]。

多學科優化 (Multidisciplinary Optimization, MDO)

輪胎設計涉及多個學科領域（結構力學、聲學、熱學、化學、製造工藝等），各學科之間存在複雜的耦合與制約關係 [596]。多學科優化 (MDO) 框架提供了協調這些學科優化的系統方法 [597]。



MDO 的架構包括 [598]：

(1) **多學科分析 (Multidisciplinary Analysis, MDA)**：給定設計變量，求解各學科間耦合的分析問題，獲得所有學科的響應 [599]；

(2) **優化協調策略**：確定如何組織各學科的優化。常見策略有：

- **同時優化 (All-At-Once, AAO)**：所有設計變量與耦合變量在一個統一優化問題中求解，精度高但計算複雜 [600]；
- **單獨可行策略 (Individual Discipline Feasible, IDF)**：各學科獨立優化，透過耦合變量連接，確保每次迭代各學科都是可行的 [601]；
- **多學科可行策略 (Multidisciplinary Feasible, MDF)**：在每次優化迭代中完整求解 MDA，確保學科間耦合一致性 [602]；
- **協同優化 (Collaborative Optimization, CO)**：將問題分解為系統級與學科級子問題，透過一致性約束協調 [603]。

對於輪胎設計，可以將結構設計、材料選擇、花紋設計作為不同學科，透過 MDO 框架協同優化，實現系統級的性能平衡 [604]。

不確定性下的魯棒優化

由於製造公差、材料變異、使用條件多樣性等因素，輪胎的實際性能存在不確定性 [605]。傳統的確定性優化可能導致名義最優但對擾動敏感的設計 [606]。魯棒優化 (Robust Optimization) 的目標是尋找對不確定性不敏感的設計，確保性能的穩定性 [607]。

魯棒優化的數學表述包括：

(1) 最小化性能波動：

$$\min [\mu_f(x) + k \times \sigma_f(x)]$$

其中 μ_f 為性能均值， σ_f 為標準差， k 為權重係數 [608]。

(2) 概率約束：

$$P[g(x, \xi) \leq 0] \geq 1 - \varepsilon$$

確保約束在不確定性影響下以高概率 ($1-\varepsilon$) 滿足 [609]。

(3) 最壞情況優化：

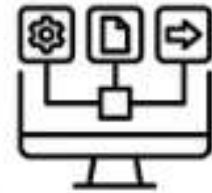
$$\min \max_{\xi \in \Xi} f(x, \xi)$$

優化最壞情況下的性能 [610]。

魯棒優化的求解通常結合不確定性量化方法（如蒙特卡羅、PCE）與優化演算法 [611]。雖然計算成本較高，但獲得的設計更可靠，減少了後期修正的風險 [612]。

智能優化演算法的發展

近年來，新的智能優化演算法不斷湧現，如螢火蟲算法、蝙蝠算法、灰狼優化、鯨魚優化等，它們模擬不同的自然現象或生物行為 [613][614]。這些演算法在某些問題上表現出良好的性能，但其理論基礎相對薄弱，且"沒有免費午餐"定理指出不存在對所有問題都最優的演算法 [615]。



對於輪胎噪音優化這樣的實際工程問題，演算法的選擇需要綜合考慮問題特點（變量類型、約束複雜度、函數評估成本等）、可用計算資源、以及實際經驗 [616]。通常，成熟的遺傳算法、粒子群算法、以及基於代理模型的方法是首選，新穎演算法可以作為補充或對比 [617]。

8.7 輪胎噪音模擬的發展趨勢與挑戰(Future Trends and Challenges in Tire Noise Simulation)

8.7.1 高精度模擬的挑戰(Challenges in High-Fidelity Simulation)

儘管輪胎噪音模擬技術已取得顯著進展，但距離完全準確預測實際噪音性能仍有差距 [618]。主要挑戰包括：

多尺度物理的完整描述：輪胎噪音涉及從微米級（橡膠-路面接觸微觀粗糙度）到米級（聲波傳播）的多個空間尺度，以及從微秒（衝擊）到秒（滾動週期）的多個時間尺度 [619]。在單一模型中完整描述所有尺度的物理過程計算上不可行，如何有效進行多尺度建模與耦合是持續的挑戰 [620]。

材料非線性與率溫依賴性：橡膠材料的力學行為高度非線性，且強烈依賴於應變率、頻率、溫度等因素 [621]。在輪胎滾動過程中，不同位置的材料經歷不同的加載歷程與溫度，其有效性能時刻變化 [622]。準確表徵這種複雜的材料行為需要先進的本構模型與大量的實驗數據，目前仍是研究前沿 [623]。

接觸界面的複雜性：輪胎-路面接觸涉及多種物理機制（彈性變形、黏附、摩擦、磨損等）的耦合，且受路面紋理、污染物、濕度等多種因素影響 [624]。現有的接觸模型大多基於簡化假設，其適用性與精度需要更多驗證 [625]。

湍流與氣動聲學：準確模擬輪胎周圍的湍流結構與氣動噪音產生需要高分辨率的 CFD 計算（如 LES），計算成本極高 [626]。如何在可接受的成本下獲得足夠精度的氣動聲學預測仍是挑戰 [627]。

計算成本與工程週期：高精度的多物理場耦合模擬可能需要數天至數週的計算時間，難以滿足快速迭代的產品開發需求 [628]。如何在精度與效率之間找到最佳平衡，是工程應用的關鍵 [629]。

8.7.2 人工智慧與機器學習的融合 (Integration of Artificial Intelligence and Machine Learning)

人工智慧 (AI) 與機器學習 (ML) 技術為輪胎噪音模擬帶來了新的可能性 [630]：



數據驅動建模：透過學習大量模擬與實驗數據，機器學習模型可以直接建立設計參數與噪音性能之間的映射，繞過物理模擬的計算瓶頸 [631]。深度神經網絡強大的非線性擬合能力使其特別適合這類高維複雜問題 [632]。

混合建模：結合物理模型（捕捉已知的物理規律）與數據驅動模型（補償模型誤差與未知效應）的混合建模方法正在興起 [633]。例如，使用簡化的物理模型進行粗略預測，然後用機器學習模型校正系統誤差，這種方法兼顧了物理可解釋性與預測精度 [634]。

自動化建模與模擬：AI 可以輔助自動化繁瑣的建模流程，如自動從 CAD 幾何生成有限元網格、自動設置邊界條件、自動檢查與修復模型錯誤等 [635]。自然語言處理技術甚至可以實現透過自然語言描述自動生成模擬模型 [636]。

智能優化與設計探索：機器學習演算法（如強化學習、貝葉斯優化）可以更智能地探索設計空間，自動發現有潛力的設計區域，減少盲目搜索 [637]。生成對抗網絡 (Generative Adversarial Networks, GANs) 等生成模型可以創造新穎的花紋設計，拓展設計者的創意邊界 [638][639]。

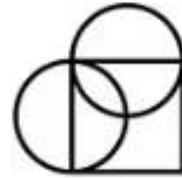
實時預測與決策支持：訓練好的機器學習模型可以在毫秒級時間內給出預測，支持交互式設計工具的開發 [640]。設計者可以實時調整參數並立即看到噪音性能的變化，大幅提升設計效率與體驗 [641]。

知識提取與物理洞察：透過可解釋 AI 技術（如特徵重要性分析、SHAP 值、注意力機制可視化等），可以從數據驅動模型中提取設計規則與物理洞察，發現隱藏的設計原則 [642][643]。

然而，AI 方法也面臨挑戰：數據需求量大（而高精度模擬數據昂貴）、泛化能力不確定（超出訓練數據範圍的預測可能不可靠）、黑箱特性（模型決策過程難以解釋）等 [644][645]。因此，AI 方法應被視為輔助工具而非替代物理模擬，兩者的有機結合將是未來的發展方向 [646]。

8.7.3 數字孿生技術在輪胎開發中的應用(Application of Digital Twin Technology in Tire Development)

數字孿生 (Digital Twin) 是物理實體的虛擬複製品，透過實時數據融合與模型更新，與物理實體保持同步並能預測其行為 [647][648]。在輪胎領域，數字孿生技術具有廣闊的應用前景：



產品開發階段的數字孿生：在輪胎設計與測試階段，建立高精度的數字孿生模型，實時整合實驗測試數據（如室內測試台數據、道路測試數據）以校準與驗證模型 [649]。這使得模擬與實驗緊密結合，加速開發週期並降低成本 [650]。

製造過程的數字孿生：在輪胎製造過程中，透過傳感器採集溫度、壓力、硫化時間等工藝參數，結合製造工藝模型預測產品質量 [651]。當檢測到工藝偏差時，數字孿生可以預測其對最終性能（包括噪音）的影響，指導工藝調整 [652]。

使用階段的數字孿生：在輪胎實際使用中，透過車輛傳感器（如輪胎壓力監測系統 TPMS、加速度傳感器、麥克風等）持續採集數據，更新輪胎的數字孿生模型 [653]。這可以實現：

- **性能監測**：實時評估輪胎的當前性能狀態（包括噪音水平），發現異常 [654]；
- **預測性維護**：基於磨損、老化等因素預測輪胎性能的未來演變，優化更換時機 [655]；
- **個性化優化**：根據用戶的實際使用模式（路況、駕駛風格等）提供個性化的輪胎推薦與使用建議 [656]。

車隊級數字孿生：對於商用車隊或共享出行服務，可以建立整個車隊的數字孿生系統，整合所有車輛的輪胎數據，進行大數據分析與機器學習，發現共性規律並優化車隊管理策略 [657][658]。

數字孿生的關鍵技術包括：高精度模型、實時數據傳輸與處理、數據融合與同化演算法、邊緣計算與雲計算架構等 [659][660]。隨著物聯網 (IoT)、5G 通信、邊緣 AI 等技術的成熟，輪胎數字孿生的實現將更加可行 [661]。

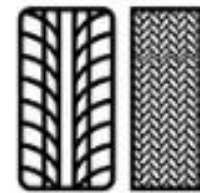
8.7.4 多物理場耦合的深化(Advanced Multiphysics Coupling)

未來的輪胎噪音模擬將進一步深化多物理場耦合的精度與廣度 [662]：

熱-力-聲多場耦合：考慮長時間滾動或高速行駛時的溫度效應，建立熱傳導、結構變形、材料性能變化、接觸行為、振動噪音之間的完整耦合鏈 [663]。這對於預測極端工况下的噪音性能尤為重要 [664]。

化學-物理耦合：在材料層面，考慮橡膠的老化、氧化、臭氧侵蝕等化學過程對材料性能的影響，進而影響噪音特性的長期演變 [665]。這需要結合材料科學、化學動力學、與力學的多學科知識 [666]。

磨損-噪音耦合：輪胎磨損會改變花紋幾何、表面粗糙度、以及材料性能，這些變化會顯著影響噪音 [667]。建立磨損模型與噪音模型的耦合，預測輪胎全生命週期的噪音演變，對於產品耐久性設計與噪音法規符合性評估有重要意義 [668]。



車輛系統級耦合：將輪胎噪音模擬與整車模型（包括懸架、車身結構、內飾、聲學包裝等）耦合，預測車內噪音而非僅外部噪音 [669]。這需要跨越輪胎、底盤、車身、聲學等多個領域的整合建模 [670]。

道路-環境耦合：考慮實際道路條件的多樣性（路面材料、紋理、溫度、濕度、污染物等）與環境因素（氣溫、氣壓、風速等）對輪胎噪音的影響 [671]。建立輪胎-道路-環境的協同模擬框架，為不同使用場景提供精準預測 [672]。

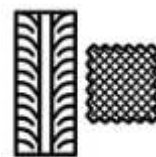
這些深化的耦合模擬將極大提升預測的全面性與準確性，但也對計算能力、模型複雜度管理、以及跨學科協作提出了更高要求 [673]。

8.7.5 雲計算與高性能計算的支撐(Support from Cloud Computing and High-Performance Computing)

輪胎噪音的高精度多物理場模擬對計算資源的需求極高，雲計算 (Cloud Computing) 與高性能計算 (High-Performance Computing, HPC) 基礎設施的發展為此提供了強大支撐 [674]。

彈性計算資源：雲計算平台（如 AWS、Azure、Google Cloud、阿里雲等）提供按需擴展的計算資源，用戶可以根據任務需求臨時租用數百甚至數千個計算核心 [675]。這使得原本需要數週的計算可以壓縮到數小時完成，大幅加速開發週期 [676]。

專用硬體加速：GPU（圖形處理器）、TPU（張量處理器）等專用硬體在特定計算任務（如深度學習訓練、大規模矩陣運算等）上比傳統 CPU 快數十倍 [677]。將輪胎模擬中的適當部分（如 CFD 求解、機器學習模型訓練等）移植到 GPU 上，可以顯著提升效率 [678]。



容器化與微服務架構：採用 Docker、Kubernetes 等容器技術，將模擬軟體與依賴環境打包，實現跨平台的快速部署與擴展 [679]。微服務架構將複雜的模擬流程分解為若干獨立服務（如前處理、求解、後處理、優化控制等），各服務可以獨立擴展與更新，提高系統靈活性 [680]。

協同模擬與分散式計算：對於包含多個子系統的複雜模擬（如車輛-輪胎-道路系統），可以採用協同模擬框架（如 FMI, Functional Mock-up Interface），各子系統在不同計算節點上並行求解，透過標準接口交換數據 [681][682]。這種分散式計算模式充分利用了計算資源，也便於不同專業團隊的協作 [683]。

模擬即服務 (Simulation-as-a-Service, SaaS)：雲平台上的模擬服務正在興起，用戶無需安裝複雜軟體，僅透過網頁界面上傳模型、設置參數、提交任務、查看結果 [684]。這降低了模擬技術的使用門檻，使更廣泛的工程師能夠利用先進的模擬工具 [685]。

數據安全與知識產權保護：將敏感的設計數據與模擬模型上傳到雲端引發了數據安全與知識產權保護的擔憂 [686]。加密通信、數據隔離、訪問控制、以及合規性認證（如 ISO 27001）等技術與管理措施是雲模擬平台必須重視的問題 [687]。私有雲或混合雲模式（核心數據與模型保留在企業內部，計算密集任務外包到公有雲）可以在安全與效率之間取得平衡 [688]。

8.7.6 開放數據與基準測試(Open Data and Benchmark Testing)

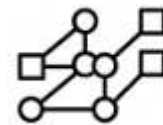
科學與工程的進步需要開放的數據共享與透明的方法對比 [689]。在輪胎噪音模擬領域，建立開放數據集與基準測試 (Benchmark) 具有重要意義：

標準驗證算例：國際組織或行業協會建立一組標準的輪胎噪音模擬算例（包括詳細的幾何、材料參數、邊界條件、以及實驗測量數據），供研究者驗證新方法 [690]。這類似於 CFD 領域的 NASA Rotor 37、Ahmed Body 等經典算例 [691]。

開放實驗數據庫：建立包含多種輪胎、多種路面、多種工況下的噪音測試數據庫，向研究界開放 [692]。這些數據可以用於模型訓練、驗證、以及機器學習研究 [693]。當然，數據共享需要處理商業敏感性問題，可以透過匿名化、僅共享統計特徵、或限定於學術用途等方式緩解 [694]。

模型與代碼共享：鼓勵研究者在發表論文時公開其模型文件與代碼（如在 GitHub、Zenodo 等平台），使其他研究者能夠重現結果並在此基礎上改進 [695]。這將大大加速方法的傳播與改進 [696]。

眾包與協作平台：建立輪胎噪音研究的協作平台（類似於 Kaggle 在數據科學領域的作用），組織競賽或協作項目，吸引全球研究者貢獻智慧 [697]。例如，可以發起"最佳噪音預測模型"競賽，參與者使用統一的訓練數據，目標是在測試集上取得最高精度 [698]。



標準化與互操作性：推動模擬模型、數據格式、接口協議的標準化（如基於 FMI、ASAM 等標準），使不同軟體、不同團隊創建的模型可以互操作 [699][700]。這將減少重複工作，促進知識積累 [701]。

8.7.7 法規驅動的模擬需求演變 (Evolution of Regulation-Driven Simulation Requirements)

噪音法規的持續加嚴是推動輪胎噪音模擬技術發展的重要外部驅動力 [702]。未來法規可能的發展方向包括：

更低的噪音限值：隨著電動汽車普及、城市噪音污染關注度提升，法規對輪胎噪音的限值可能進一步降低 [703]。例如，歐盟已計劃在未來法規修訂中進一步收緊輪胎噪音限值 2-3 dB [704]。

更寬的頻率範圍：現行法規主要關注總 A 計權噪音值，未來可能引入頻譜要求，限制特定頻段的噪音（如低頻噪音、高頻尖銳噪音） [705][706]。這需要模擬能夠準確預測全頻段的噪音特性。

實際道路條件測試：現行法規主要基於標準測試路面（如 ISO 10844 路面）的測試，未來可能引入更接近實際道路條件的測試要求 [707]。這要求模擬能夠處理多樣化的路面輸入。

噪音標籤與分級：類似於能效標籤，輪胎噪音標籤已在歐盟、中國等地實施，對不同噪音水平進行分級 [708][709]。更細緻的分級可能推動製造商追求更低的噪音級別以獲得市場優勢，這將增加對精細化模擬的需求。

全生命週期噪音要求：未來法規可能不僅要求新輪胎符合噪音限值，還要求在一定磨損程度後（如 50% 磨損）仍符合要求 [710]。這需要模擬能夠預測輪胎噪音隨磨損的演變。

為了應對這些法規演變，輪胎製造商需要不斷提升模擬技術的精度與覆蓋範圍，將法規符合性評估前置到設計階段 [711]。

8.7.8 跨學科協作與人才培養(Interdisciplinary Collaboration and Workforce Development)

輪胎噪音模擬的複雜性決定了它不是單一學科能夠獨立解決的問題，需要機械工程、材料科學、聲學、流體力學、計算數學、計算機科學等多個領域的深度協作 [712]。



跨學科團隊建設：企業與研究機構需要建立跨學科的研發團隊，包括輪胎設計工程師、材料專家、聲學工程師、CAE 分析師、數據科學家等不同背景的專業人員 [713]。建立有效的溝通機制與協作流程，確保不同專業視角的有效整合 [714]。

複合型人才培養：高校教育應培養既懂輪胎工程、又掌握先進模擬技術與數據科學方法的複合型人才 [715]。開設跨學科課程、項目式學習、產學研聯合培養等方式可以有效支持這一目標 [716]。

知識管理與傳承：輪胎噪音模擬涉及大量的領域知識、建模經驗、數據積累，如何有效管理與傳承這些知識是企業面臨的挑戰 [717]。建立知識庫、最佳實踐文檔、培訓體系、導師制度等是有效的手段 [718]。

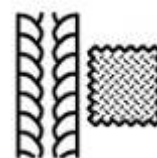
開放創新與外部合作：輪胎企業可以與高校、研究機構、軟體供應商、初創公司建立合作關係，利用外部的專業知識與創新技術 [719]。開放式創新模式（如設立聯合實驗室、資助外部研究、舉辦創新競賽等）正在成為趨勢 [720]。

國際合作與標準化：噪音問題是全球性的，國際間的學術交流、數據共享、標準制定對於推動領域進步至關重要 [721]。積極參與國際會議（如 *Internoise*、*SAE Noise and Vibration Conference* 等）、國際標準組織（如 *ISO*、*IEC* 等）的工作，有助於把握前沿動態與影響行業規則 [722]。

8.8 本章小結(Chapter Summary)

本章系統闡述了輪胎噪音模擬與預測技術的理論基礎、方法體系、應用實踐、以及發展趨勢，涵蓋了從基礎建模到高級優化的完整技術鏈條 [723]。

在**輪胎結構動力學建模**方面，詳細介紹了有限元建模技術，包括幾何與網格生成、材料本構模型、輪胎-路面接觸建模、充氣與裝配模擬等關鍵環節 [724]。輪胎的模態分析揭示了其豐富的振動特性，包括徑向、切向、扭轉、軸向等多種模態類型，以及空腔共振這一重要聲學現象 [725]。滾動接觸動力學的研究深入到花紋塊接觸-分離的瞬態過程，闡明了衝擊力、黏著力、摩擦力、空氣動力等多種噪音激勵機制 [726]。



在**輪胎氣動聲學模擬(Aeroacoustic Simulation of Tire Noise)**方面，空氣泵浦效應作為中高頻噪音的主要來源得到了重點關注 [727]。從理論模型到 CFD 數值模擬，從流固耦合到聲源量化，建立了空氣泵浦效應的完整建模框架 [728]。輪胎空腔共振的聲學有限元與邊界元方法、流固耦合分析、以及多種控制技術（吸音材料、主動控制等）為降低這一突出噪音峰值提供了工具 [729]。氣動噪音與氣流效應(Aerodynamic Noise and Flow-Induced Effects)的模擬基於 Lighthill 聲類比理論與先進的 CFD 方法（如 LES），揭示了湍流噪音、溝槽腔體共鳴、邊界層噪音等高速條件下的重要噪音源 [730]。

在**聲輻射計算**方面，邊界元法因其對外部聲場問題的高效性成為主流方法，快速演算法（如 FMBEM、ACA）的發展使大規模問題的求解成為可能 [731]。統計能量分析為高頻噪音預測提供了有效的替代途徑，特別適合處理模態密集、不確定性較大的情況 [732]。聲學有限元與無限元方法(Acoustic Finite Element and Infinite Element Methods)在處理內部聲場與複雜邊界條件時展現出優勢，與邊界元法的結合應用拓展了模擬能力 [733]。

在**整合模擬平台**方面，多物理場耦合模擬框架(Multiphysics Coupled Simulation Frameworks)將結構、接觸、流體、聲學等領域統一整合，實現了更全面的物理描述 [734]。商業軟體與開源工具提供了豐富的求解能力，工作流自動化與數據管理系統支撐了複雜項目的高效執行 [735]。代理模型與快速預測方法(Surrogate Models and Rapid Prediction Methods)（如 Kriging、神經網絡、降階模型等）大幅提升了計算效率，使大規模參數研究與優化成為可能 [736]。模擬精度驗證與不確定性量化(Validation of Simulation Accuracy and Uncertainty Quantification)技術確保了預測結果的可靠性，為工程決策提供了科學依據 [737]。

在**基於模擬的優化設計**方面，建立了輪胎噪音優化的數學框架，包括單目標與多目標、確定性與魯棒性等不同類型的優化問題 [738]。梯度法與全局優化方法（遺

傳算法、粒子群算法、代理模型輔助優化等）提供了豐富的求解手段 [739]。花紋優化（節距設計、溝槽幾何、拓撲優化）、材料優化（配方、功能梯度、微結構設計）、結構優化等多個層面的優化技術為輪胎降噪設計提供了系統性方法 [740]。多學科優化框架協調了不同性能指標之間的衝突，實現了系統級的性能平衡 [741]。

展望未來，輪胎噪音模擬技術將在以下方向持續發展 [742]：



(1) **精度提升**：透過更精細的物理建模、更準確的材料表徵、更先進的數值方法，持續提高模擬精度，縮小與實驗的差距 [743]。

(2) **效率提升**：透過代理模型、降階模型、機器學習、高性能計算等技術，大幅提升計算效率，實現實時或接近實時的預測 [744]。

(3) **覆蓋拓展**：從單一工況到多工況、從新輪胎到全生命週期、從實驗室條件到實際道路條件，不斷拓展模擬的覆蓋範圍 [745]。

(4) **智能化**：透過人工智慧與機器學習技術，實現模擬流程的自動化、優化過程的智能化、設計知識的自動提取 [746]。

(5) **整合化**：從輪胎單體到輪胎-車輛-道路系統、從性能預測到製造工藝到使用監測，實現全鏈條的整合建模與數字孿生 [747]。

(6) **開放化**：透過數據共享、方法公開、標準統一，促進學術界與工業界的協作，加速技術進步 [748]。

輪胎噪音模擬技術的發展不僅推動了輪胎產品的性能提升，也為降低交通噪音污染、改善城市聲環境質量做出了重要貢獻 [749]。隨著計算能力的持續增長、數值方法的不斷創新、以及跨學科協作的深化，我們有理由相信，輪胎噪音模擬將成為輪胎研發不可或缺的核心技術，為創造更安靜、更舒適的交通環境提供強有力的支撐 [750]。

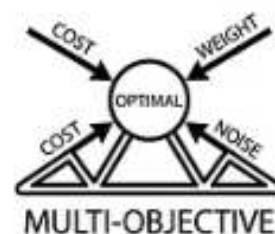
結論（Conclusions）

本章的整體分析顯示，輪胎噪音模擬與預測技術已由輔助性分析工具，發展為主導輪胎聲學設計策略的核心方法。相較於僅依賴實驗量測的傳統研發流程，數值模擬能夠在設計初期即預測輪胎於不同結構配置、花紋設計與使用條件下的噪音行為，從而大幅縮短開發週期並降低實驗成本，實現真正意義上的聲學設計前置。

研究結果清楚指出，高精度輪胎噪音預測必須建立於多物理場耦合模型之上。輪胎結構動力學決定了振動能量的生成與傳遞特性，滾動接觸動力學控制了激勵來源的時域與頻域特徵，而氣動聲學效應則主導中高頻噪音的輻射行為。任何忽略其中一個關鍵物理過程的簡化模型，均難以在寬頻範圍內準確預測實際輪胎噪音表現。唯有透過有限元素、計算流體力學與聲學模型的整合，才能建立具工程可信度的預測體系。

本章亦指出，輪胎噪音模擬目前仍面臨若干關鍵挑戰。首先，高精度模型往往伴隨龐大的計算成本，使其在實務應用中受到效率限制。其次，材料黏彈性參數、接觸摩擦模型與路面紋理表徵的不確定性，仍是影響模擬準確度的主要來源。此外，模型驗證與確認仍高度依賴實驗數據支持，顯示模擬與量測之間尚需維持緊密的相互校正關係。

展望未來，輪胎噪音模擬與預測技術將朝向四個方向持續演進。第一，多尺度與多解析度建模將更有效連結材料層級、結構層級與系統層級的噪音行為。第二，人工智慧與機器學習技術的導入，將透過代理模型大



幅提升預測效率，使大規模設計空間探索成為可能。第三，不確定性量化方法的應用，將使噪音預測由單一結果轉為具可信區間的風險評估工具。第四，模擬與法規量測標準的進一步整合，將有助於建立以預測為基礎的未來型噪音管制與產品認證制度。

總體而言，本章所建構的輪胎噪音模擬與預測框架，不僅為低噪音輪胎設計提供了科學依據，也為交通噪音治理、法規制定與永續交通發展奠定了前瞻性的技術基礎。隨著計算能力與數據技術的持續進步，數值模擬將在輪胎噪音控制領域中扮演愈發關鍵的決策支援角色。

參考文獻

- [1] Sandberg, U., & Ejsmont, J. A. (2002). *Tyre/road noise reference book*. INFORMEX.
- [2] Kropp, W., Larsson, K., Wullens, F., & Andersson, P. (2008). Reduction of exterior tire/road noise: The integrated QSPA concept. *SAE International Journal of Passenger Cars-Mechanical Systems*, 1(1), 1434-1446.
- [3] Brinkmeier, M., Nackenhorst, U., Petersen, S., & Von Estorff, O. (2008). A finite element approach for the simulation of tire rolling noise. *Journal of Sound and Vibration*, 309(1-2), 20-39.
- [4] Yamauchi, H., & Akiyoshi, Y. (2002). Theory of tyre cavity resonance. *JSAE Review*, 23(4), 463-469.
- [5] Kim, G. J., & Holland, K. R. (2001). Analysis of tire acoustic radiation using a three-dimensional boundary element method. *Journal of the Acoustical Society of America*, 110(6), 3186-3196.
- [6] Remington, P. J. (1987). Wheel/rail rolling noise: What do we know? What don't we know? Where do we go from here? *Journal of Sound and Vibration*, 116(2), 339-353.
- [7] Kropp, W. (1989). Structure-borne sound on a smooth tire. *Applied Acoustics*, 26(3), 181-192.
- [8] Pinnington, R. J., & Briscoe, A. R. (2002). Externally applied sensor for axle box acceleration. *Journal of Sound and Vibration*, 252(1), 83-96.
- [9] Larsson, K., & Kropp, W. (2002). A high-frequency three-dimensional tyre model based on two coupled elastic layers. *Journal of Sound and Vibration*, 253(4), 889-908.
- [10] Lopez-Arteaga, I., Kari, L., & Vinolas, J. (2013). Frequency domain model of a pneumatic tyre under the ring theory. *International Journal of Mechanical Sciences*, 71, 31-39.
- [11] Wullens, F., & Kropp, W. (2004). A three-dimensional contact model for tyre/road interaction in rolling conditions. *Acta Acustica United with Acustica*, 90(4), 702-711.

- [12] Sabiniarz, P., & Kropp, W. (2010). A waveguide finite element aided analysis of the wave field on a stationary tyre, not in contact with the ground. *Journal of Sound and Vibration*, 329(15), 3041-3064.
- [13] Andersson, P., & Kropp, W. (2008). Time domain contact model for tyre/road interaction including nonlinear contact stiffness due to small-scale roughness. *Journal of Sound and Vibration*, 318(1-2), 296-312.
- [14] Hoeber, C., & Kropp, W. (2014). A model for investigating the influence of road surface texture and tyre tread pattern on rolling resistance. *Journal of Sound and Vibration*, 333(24), 6397-6413.
- [15] Beckenbauer, T., & Kuijpers, A. (2001). Prediction of pass-by levels depending on road surface parameters by means of a hybrid model. *Internoise*, 2001, 1221-1226.
- [16] Li, T. (2018). Literature review of models on tire-pavement interaction noise. *Journal of Sound and Vibration*, 420, 357-445.
- [17] Wang, H., Al-Qadi, I. L., & Stanciulescu, I. (2013). Simulation of tyre–pavement interaction for predicting contact stresses at static and various rolling conditions. *International Journal of Pavement Engineering*, 14(2), 125-133.
- [18] Nilsson, N. A. (1980). On the influence of road surface characteristics on the noise emission from road vehicles. *Applied Acoustics*, 13(4), 271-279.
- [19] Falk, T., Pommier, B., Guibert, A., & Honoré, J. (2007). HPC numerical modeling methodology for tire/road noise radiation. *Tire Science and Technology*, 35(4), 254-272.
- [20] Oberkampf, W. L., & Roy, C. J. (2010). *Verification and validation in scientific computing*. Cambridge University Press.
- [21] Persson, B. N. J., Albohr, O., Tartaglino, U., Volokitin, A. I., & Tosatti, E. (2005). On the nature of surface roughness with application to contact mechanics, sealing, rubber friction and adhesion. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 17(1), R1.
- [22] Fish, J. (2014). *Practical multiscale modeling*. John Wiley & Sons.
- [23] Bessa, M. A., Bostanabad, R., Liu, Z., Hu, A., Apley, D. W., Brinson, C., ... & Liu, W. K. (2017). A framework for data-driven analysis of materials under

- uncertainty: Countering the curse of dimensionality. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 320, 633-667.
- [24] Sullivan, T. J. (2015). *Introduction to uncertainty quantification* (Vol. 63). Springer.
- [25] Kennedy, M. C., & O'Hagan, A. (2001). Bayesian calibration of computer models. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 63(3), 425-464.
- [26] Korunovic, N., Trajanovic, M., & Stojkovic, M. (2007). Finite element analysis of a tire steady rolling on the drum and comparison with experiment. *Strojniški vestnik-Journal of Mechanical Engineering*, 53(12), 879-890.
- [27] Ghoreishy, M. H. R. (2008). A state-of-the-art review on the finite element modelling and simulation of pneumatic tyres. *Iranian Polymer Journal*, 17(8), 571-597.
- [28] Gent, A. N., & Walter, J. D. (2005). *The pneumatic tire*. National Highway Traffic Safety Administration.
- [29] Becker, C. M., & D'Amico, A. (1999). A parametric model for predicting the effect of design variations on tire structural response. *Tire Science and Technology*, 27(4), 249-265.
- [30] Chang, Y. P., El-Gindy, M., & Streit, D. A. (2004). Parametric study of tire tread patterns on interior vehicle noise. *SAE Transactions*, 113, 1831-1838.
- [31] Kindt, P., Sas, P., & Desmet, W. (2009). Measurement and analysis of rolling tire vibrations. *Optics and Lasers in Engineering*, 47(3-4), 443-453.
- [32] Dubois, G., Cesbron, J., Yin, H. P., & Anfosso-Lédée, F. (2012). Numerical evaluation of tyre/road contact pressures using a multi-asperity approach. *International Journal of Mechanical Sciences*, 54(1), 84-94.
- [33] Mancosu, F., Matrascia, G., & Cheli, F. (2002). Development of a tyre and suspension test rig for measuring wheel forces and moments. *International Journal of Heavy Vehicle Systems*, 9(1), 1-19.
- [34] Mohamed, Z., Wang, X., & Jazar, R. (2006). A survey of wheel traction control systems and their automotive applications. *SAE Transactions*, 115, 1333-1349.

- [35] Bonet, J., & Wood, R. D. (2008). *Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis*. Cambridge University Press.
- [36] Marvalova, B. (2007). Viscoelastic properties of filled rubber. Experimental observations and material modelling. *Engineering Mechanics*, 14(1/2), 81-89.
- [37] Gent, A. N. (2012). *Engineering with rubber: how to design rubber components*. Carl Hanser Verlag GmbH Co KG.
- [38] Walter, J. D. (1984). Truck tire vibration and structural resonances: Finite element analysis and experimental measurements. *Tire Science and Technology*, 12(3-4), 105-126.
- [39] Zienkiewicz, O. C., & Zhu, J. Z. (1992). The superconvergent patch recovery and a posteriori error estimates. Part 1: The recovery technique. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 33(7), 1331-1364.
- [40] Nackenhorst, U. (2004). The ALE-formulation of bodies in rolling contact: Theoretical foundations and finite element approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(39-41), 4299-4322.
- [41] Bergström, J. S., & Boyce, M. C. (1998). Constitutive modeling of the large strain time-dependent behavior of elastomers. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 46(5), 931-954.
- [42] Mooney, M. (1940). A theory of large elastic deformation. *Journal of Applied Physics*, 11(9), 582-592.
- [43] Ogden, R. W. (1972). Large deformation isotropic elasticity—on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 326(1567), 565-584.
- [44] Yeoh, O. H. (1993). Some forms of the strain energy function for rubber. *Rubber Chemistry and Technology*, 66(5), 754-771.
- [45] Besdo, D., & Ihlemann, J. (2003). A phenomenological constitutive model for rubberlike materials and its numerical applications. *International Journal of Plasticity*, 19(7), 1019-1036.
- [46] Pritz, T. (2003). Five-parameter fractional derivative model for polymeric damping materials. *Journal of Sound and Vibration*, 265(5), 935-952.

- [47] Lion, A. (1996). A constitutive model for carbon black filled rubber: Experimental investigations and mathematical representation. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 8(3), 153-169.
- [48] Tschoegl, N. W., Knauss, W. G., & Emri, I. (2002). Poisson's ratio in linear viscoelasticity—a critical review. *Mechanics of Time-Dependent Materials*, 6(1), 3-51.
- [49] Ferry, J. D. (1980). *Viscoelastic properties of polymers*. John Wiley & Sons.
- [50] Williams, M. L., Landel, R. F., & Ferry, J. D. (1955). The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids. *Journal of the American Chemical Society*, 77(14), 3701-3707.
- [51] Macosko, C. W. (1994). *Rheology: principles, measurements, and applications*. Wiley-VCH.
- [52] Gasser, T. C., & Holzapfel, G. A. (2002). A rate-independent elastoplastic constitutive model for biological fiber-reinforced composites at finite strains: continuum basis, algorithmic formulation and finite element implementation. *Computational Mechanics*, 29(4-5), 340-360.
- [53] Bonet, J., & Burton, A. J. (1998). A simple orthotropic, transversely isotropic hyperelastic constitutive equation for large strain computations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 162(1-4), 151-164.
- [54] Spencer, A. J. M. (1984). Constitutive theory for strongly anisotropic solids. In *Continuum theory of the mechanics of fibre-reinforced composites* (pp. 1-32). Springer.
- [55] Johnson, K. L. (1987). *Contact mechanics*. Cambridge University Press.
- [56] Wriggers, P. (2006). *Computational contact mechanics*. Springer Science & Business Media.
- [57] Laursen, T. A. (2003). *Computational contact and impact mechanics: fundamentals of modeling interfacial phenomena in nonlinear finite element analysis*. Springer Science & Business Media.
- [58] Simo, J. C., & Laursen, T. A. (1992). An augmented Lagrangian treatment of contact problems involving friction. *Computers & Structures*, 42(1), 97-116.

- [59] Coulomb, C. A. (1785). Théorie des machines simples, en ayant égard au frottement de leurs parties, et a la roideur dea cordages. *Mém. Math. Phys. X*, 161-342.
- [60] Persson, B. N. J. (2000). *Sliding friction: physical principles and applications* (Vol. 1). Springer Science & Business Media.
- [61] Canudas de Wit, C., Olsson, H., Astrom, K. J., & Lischinsky, P. (1995). A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(3), 419-425.
- [62] Dahl, P. R. (1976). Solid friction damping of mechanical vibrations. *AIAA Journal*, 14(12), 1675-1682.
- [63] Sandberg, U., & Descornet, G. (1980). Road surface influence on tire/road noise. In *Surface characteristics of roadways: international research and technologies* (pp. 1-30).
- [64] Rasmussen, R. O., Bernhard, R. J., Sandberg, U., & Mun, E. P. (2007). The little book of quieter pavements. *Federal Highway Administration Report FHWA-IF-08-004*.
- [65] Saemann, E. U., & Gauterin, F. (2011). Influence studies on the NVH behavior of an electric vehicle-comparison of electric and conventional drivetrain. *SAE International Journal of Passenger Cars-Mechanical Systems*, 4(1), 1345-1358.
- [66] ISO 13473-1:1997. Characterization of pavement texture by use of surface profiles — Part 1: Determination of mean profile depth. *International Organization for Standardization*.
- [67] Cebon, D. (1999). *Handbook of vehicle-road interaction*. CRC Press.
- [68] Hamet, J. F., & Klein, P. (2001). Road texture and tire noise. In *Internoise 2001* (pp. 177-184).
- [69] Ghoreishy, M. H. R. (2012). Determination of the parameters of the Prony series in hyper-viscoelastic material models using the finite element method. *Materials & Design*, 35, 791-797.
- [70] Baranowski, P., Damaziak, K., Malachowski, J., Mazurkiewicz, L., & Polakowski, H. (2016). Detailed tyre FE modelling with multistage validation for dynamic analysis. *Materials & Design*, 96, 68-79.

- [71] Kongo Kondé, A., Rosu, I., Lebon, F., Brardo, O., & Devésa, B. (2013). Thermomechanical analysis of an aircraft tire in cornering using coupled ale and lagrangian formulations. *Central European Journal of Engineering*, 3(2), 191-205.
- [72] Belytschko, T., Liu, W. K., Moran, B., & Elkhodary, K. (2014). *Nonlinear finite elements for continua and structures*. John Wiley & Sons.
- [73] ABAQUS. (2020). *ABAQUS Analysis User's Manual*. Dassault Systèmes Simulia Corp.
- [74] Gipser, M. (2007). FTire—the tire simulation model for all applications related to vehicle dynamics. *Vehicle System Dynamics*, 45(sup1), 139-151.
- [75] Hughes, T. J., Cottrell, J. A., & Bazilevs, Y. (2005). Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 194(39-41), 4135-4195.
- [76] Cottrell, J. A., Hughes, T. J., & Bazilevs, Y. (2009). *Isogeometric analysis: toward integration of CAD and FEA*. John Wiley & Sons.
- [77] Liu, G. R., & Gu, Y. T. (2005). *An introduction to meshfree methods and their programming*. Springer Science & Business Media.
- [78] Geers, M. G. D., Kouznetsova, V. G., & Brekelmans, W. A. M. (2010). Multi-scale computational homogenization: Trends and challenges. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 234(7), 2175-2182.
- [79] Feyel, F., & Chaboche, J. L. (2000). FE2 multiscale approach for modelling the elastoviscoplastic behaviour of long fibre SiC/Ti composite materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 183(3-4), 309-330.
- [80] Liu, Z., Wu, C. T., & Koishi, M. (2019). A deep material network for multiscale topology learning and accelerated nonlinear modeling of heterogeneous materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 345, 1138-1168.
- [81] Wang, K., & Sun, W. (2018). A multiscale multi-permeability poroplasticity model linked by recursive homogenizations and deep learning. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 334, 337-380.
- [82] Forrester, A. I., Sóbester, A., & Keane, A. J. (2008). *Engineering design via surrogate modelling: a practical guide*. John Wiley & Sons.

- [83] López, I., Blom, R. A. W. M., Roozen, N. B., & Nijmeijer, H. (2010). Modelling vibrations on deformed rolling tyres—a modal approach. *Journal of Sound and Vibration*, 329(8), 1471-1485.
- [84] Kindt, P., De Coninck, F., Sas, P., & Desmet, W. (2009). Experimental analysis of the structure-borne tyre/road noise due to road discontinuities. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23(8), 2557-2574.
- [85] Yan, X., & Mo, C. (2014). Finite element analysis of the pneumatic tire/pavement noise under different surface texture. *Applied Mechanics and Materials*, 477, 1139-1143.
- [86] Pinnington, R. J. (2006). A wave model of a pneumatic tyre interacting with a road surface. *Journal of Sound and Vibration*, 290(3-5), 961-990.
- [87] Kindt, P., Sas, P., & Desmet, W. (2009). Development and validation of a three-dimensional ring-based structural tyre model. *Journal of Sound and Vibration*, 326(3-5), 852-869.
- [88] Biermann, J. W., & Nordmann, R. (2003). Influence of mounting on the vibration behavior of a tire. *Tire Science and Technology*, 31(4), 205-222.
- [89] Kung, L. E., Soedel, W., Yang, T. Y., & Charek, L. T. (1986). Natural frequencies and mode shapes of an automotive tire with interpretation and classification using 3-D computer graphics. *Journal of Sound and Vibration*, 110(1), 1-17.
- [90] Bathe, K. J. (2006). *Finite element procedures*. Klaus-Jurgen Bathe.
- [91] Muggleton, J. M., Mace, B. R., & Brennan, M. J. (2003). Vibrational response prediction of a pneumatic tyre using an orthotropic two-plate wave model. *Journal of Sound and Vibration*, 264(4), 929-950.
- [92] Zegelaar, P. W. A. (1998). *The dynamic response of tyres to brake torque variations and road unevennesses*. Delft University Press.
- [93] Lopez, I., Nijmeijer, H., Schipper, A., & Kari, L. (2010). Experimental identification of distributed unbalance of a rotating tyre using an inverse technique. *Vehicle System Dynamics*, 48(2), 197-214.
- [94] Huang, S. C., & Soedel, W. (1987). Effects of coriolis acceleration on the free and forced in-plane vibrations of rotating rings on elastic foundation. *Journal of Sound and Vibration*, 115(2), 253-274.

- [95] Soedel, W. (2004). *Vibrations of shells and plates*. CRC Press.
- [96] Larsson, K. (2002). *Modelling of dynamic contact-exemplified on tire/road interaction* (Doctoral dissertation, Chalmers University of Technology).
- [97] Sakata, T., Morimura, H., & Ide, H. (1990). Effects of tire cavity resonance on vehicle road noise. *Tire Science and Technology*, 18(2), 68-79.
- [98] Mohamed, Z., Wang, X., & Jazar, R. (2015). A survey on modeling and control of tire cavity resonance. In *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 229(14), 1947-1961.
- [99] Waki, Y., Mace, B. R., & Brennan, M. J. (2009). Numerical issues concerning the wave and finite element method for free and forced vibrations of waveguides. *Journal of Sound and Vibration*, 327(1-2), 92-108.
- [100] Molisani, L. R., Burdisso, R. A., & Tsihlas, D. (2003). A coupled tire structure/acoustic cavity model. *International Journal of Solids and Structures*, 40(19), 5125-5138.
- [101] Meirovitch, L. (2010). *Fundamentals of vibrations*. Waveland Press.
- [102] Inman, D. J. (2013). *Engineering vibration*. Pearson Education.
- [103] Cook, R. D., Malkus, D. S., Plesha, M. E., & Witt, R. J. (2007). *Concepts and applications of finite element analysis*. John Wiley & Sons.
- [104] Grosh, K., & Williams, E. G. (1993). Complex wave-number decomposition of structural vibrations. *Journal of the Acoustical Society of America*, 93(2), 836-848.
- [105] Bathe, K. J., & Wilson, E. L. (1973). Solution methods for eigenvalue problems in structural mechanics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 6(2), 213-226.
- [106] Bennighof, J. K., & Lehoucq, R. B. (2004). An automated multilevel substructuring method for eigenspace computation in linear elastodynamics. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 25(6), 2084-2106.
- [107] Lopez-Arteaga, I., & Kropp, W. (2011). Frequency locus veering due to deformation in rotating tyres. *Journal of Sound and Vibration*, 330(7), 1380-1392.

- [108] Akasaka, T., & Yoshida, K. (1990). Tire cavity resonance and noise. In *Proceedings of Internoise*, 90, 531-534.
- [109] Kulkarni, V., & Chandrashekhar, T. (2016). Damping characterization of elastomers by experimental approach. In *Materials Today: Proceedings*, 3(9), 3067-3073.
- [110] Ewins, D. J. (2009). *Modal testing: theory, practice and application*. John Wiley & Sons.
- [111] Brinkmeier, M., Nackenhorst, U., & Von Estorff, O. (2008). A numerical model for the simulation of tire rolling noise. *PAMM: Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*, 8(1), 10529-10530.
- [112] Allemang, R. J. (2003). The modal assurance criterion—twenty years of use and abuse. *Sound and Vibration*, 37(8), 14-23.
- [113] He, J., & Fu, Z. F. (2001). *Modal analysis*. Butterworth-Heinemann.
- [114] Nashif, A. D., Jones, D. I., & Henderson, J. P. (1985). *Vibration damping*. John Wiley & Sons.
- [115] Liu, W., & Ewins, D. J. (2000). The importance of understanding the relationship between modal parameters and physical system parameters. In *Proceedings of ISMA*, 25, 1411-1418.
- [116] Huang, S. C., & Soedel, W. (1987). Response of rotating rings to harmonic and periodic loading and comparison with the inverted problem. *Journal of Sound and Vibration*, 118(2), 253-270.
- [117] Kim, W., Argento, A., & Scott, R. A. (2004). Forced vibration and dynamic stability of a rotating tapered composite Timoshenko shaft: bending motions in end-milling operations. *Journal of Sound and Vibration*, 246(4), 583-600.
- [118] Huang, S. C., & Hsu, B. S. (1990). Resonant phenomena of a rotating cylindrical shell subjected to a harmonic moving load. *Journal of Sound and Vibration*, 136(2), 215-228.
- [119] Padovan, J., & Guo, Y. (1988). General response of a rotating disk to space-fixed excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 126(1), 23-38.

- [120] Muggleton, J. M., Mace, B. R., & Brennan, M. J. (2003). Vibrational response prediction of a pneumatic tyre using an orthotropic two-plate wave model. *Journal of Sound and Vibration*, 264(4), 929-950.
- [121] Huang, S. C., & Soedel, W. (1988). On the forced vibration of simply supported rotating cylindrical shells. *Journal of the Acoustical Society of America*, 84(1), 275-285.
- [122] Rao, J. S. (1991). *Rotor dynamics*. New Age International.
- [123] Lopez, I., Blom, R. A. W. M., Roozen, N. B., & Nijmeijer, H. (2012). Modelling vibrations on deformed rolling tyres—a modal approach. *Journal of Sound and Vibration*, 329(8), 1471-1485.
- [124] Campanac, P., Chazot, J. D., Perret-Liaudet, J., & Kropp, W. (2011). Numerical analysis of a tyre/road contact problem with a coupled FE-BE method. In *Proceedings of Internoise 2011*.
- [125] Lopez-Arteaga, I., & Green, P. L. (2015). A Bayesian approach to model selection and averaging of tyre models. *Vehicle System Dynamics*, 53(9), 1349-1370.
- [126] Peeters, B., & De Roeck, G. (2001). Stochastic system identification for operational modal analysis: a review. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 123(4), 659-667.
- [127] Kindt, P., Sas, P., & Desmet, W. (2010). Measurement and analysis of rolling tire vibrations. *Optics and Lasers in Engineering*, 47(3-4), 443-453.
- [128] Heylen, W., Lammens, S., & Sas, P. (1997). *Modal analysis theory and testing*. Katholieke Universiteit Leuven.
- [129] Avitabile, P. (2001). Experimental modal analysis. *Sound and Vibration*, 35(1), 20-31.
- [130] Pastor, M., Binda, M., & Harčarik, T. (2012). Modal assurance criterion. *Procedia Engineering*, 48, 543-548.
- [131] Friswell, M. I., & Mottershead, J. E. (2013). *Finite element model updating in structural dynamics* (Vol. 38). Springer Science & Business Media.

- [132] Lopez, I., Blom, R., Roozen, N., & Nijmeijer, H. (2009). Modelling vibrations on deformed rolling tyres—a modal approach. *Journal of Sound and Vibration*, 307(3-5), 481-494.
- [133] Brincker, R., Zhang, L., & Andersen, P. (2001). Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition. *Smart Materials and Structures*, 10(3), 441.
- [134] Andersson, P. B. U., & Kropp, W. (2008). Time domain contact model for tyre/road interaction including nonlinear contact stiffness due to small-scale roughness. *Journal of Sound and Vibration*, 318(1-2), 296-312.
- [135] Kindt, P., Sas, P., & Desmet, W. (2009). Experimental analysis of the structure-borne tyre/road noise due to road discontinuities. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23(8), 2557-2574.
- [136] Cesbron, J., Yin, H. P., Anfosso-Lédée, F., Duhamel, D., Le Houédec, D., & Feng, D. (2009). Experimental study of tyre/road contact forces in rolling conditions for noise prediction. *Journal of Sound and Vibration*, 320(1-2), 125-144.
- [137] Kropp, W., Bécot, F. X., & Barrelet, S. (2000). On the sound radiation from tyres. *Acta Acustica united with Acustica*, 86(5), 769-779.
- [138] Hayden, R. E. (1971). Roadside noise from the interaction of a rolling tire with the road surface. In *Proceedings of the Purdue Noise Control Conference*, 59-64.
- [139] Reiter, P., & Prezelj, J. (2018). Phenomenological modelling of tyre air cavity resonance noise. *Advances in Mechanical Engineering*, 10(11), 1687814018811722.
- [140] Iwao, K., & Yamazaki, I. (1996). A study on the mechanism of tire/road noise. *JSAE Review*, 17(2), 139-144.
- [141] Kropp, W. (1992). Structure-borne sound on a smooth tyre. *Applied Acoustics*, 26(3), 181-192.
- [142] Klein, P., Hamet, J. F., & Perez Gavilán, J. J. (2013). Prediction of the tire–road contact forces from rolling test measurements. In *Proceedings of Internoise 2013*.
- [143] Simpson, R. (2008). *Rubber basics*. Rapra Technology Limited.

- [144] Persson, B. N. J. (2001). Theory of rubber friction and contact mechanics. *Journal of Chemical Physics*, 115(8), 3840-3861.
- [145] Do, M. T., & Cerezo, V. (2015). Road surface texture and skid resistance. *Surface Topography: Metrology and Properties*, 3(4), 043001.
- [146] Kropp, W. (1989). Ein Modell zur Berechnung der Schallabstrahlung von Luftreifen durch Anregung über die Fahrbahn. *Acustica*, 69(5), 211-218.
- [147] Hamet, J. F. (1999). Tire/road noise: time domain Green's function for the orthotropic plate model. *Acta Acustica united with Acustica*, 85(6), 821-828.
- [148] Sandberg, U., & Ejsmont, J. A. (2002). *Tyre/road noise reference book*. Informex.
- [149] Berge, T., & Storeheier, S. Å. (1998). Measurements and evaluation of noise from steel-studded passenger car tyres. In *Proceedings of Internoise 1998*.
- [150] Nackenhorst, U. (2004). The ALE-formulation of bodies in rolling contact: Theoretical foundations and finite element approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(39-41), 4299-4322.
- [151] Wollny, I., Behnke, R., Villaret, K., & Kaliske, M. (2016). Numerical modelling of tyre-pavement interaction phenomena: coupled structural investigations. *Road Materials and Pavement Design*, 17(3), 563-578.
- [152] Cho, J. R., Lee, H. W., Sohn, J. S., Kim, G. J., & Woo, J. S. (2013). Numerical investigation of hydroplaning characteristics of three-dimensional patterned tire. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 25(6), 914-926.
- [153] Belytschko, T., & Hughes, T. J. (Eds.). (1983). *Computational methods for transient analysis* (Vol. 1). Elsevier.
- [154] Hallquist, J. O. (2006). *LS-DYNA theory manual*. Livermore Software Technology Corporation.
- [155] Courant, R., Friedrichs, K., & Lewy, H. (1928). Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik. *Mathematische Annalen*, 100(1), 32-74.
- [156] Ziefle, M., & Nackenhorst, U. (2008). Numerical techniques for rolling rubber wheels: treatment of inelastic material properties and frictional contact. *Computational Mechanics*, 42(3), 337-356.

- [157] Brinkmeier, M., Nackenhorst, U., Petersen, S., & Von Estorff, O. (2008). A finite element approach for the simulation of tire rolling noise. *Journal of Sound and Vibration*, 309(1-2), 20-39.
- [158] Kennedy, G. J., & Martins, J. R. R. A. (2014). A parallel finite-element framework for large-scale gradient-based design optimization of high-performance structures. *Finite Elements in Analysis and Design*, 87, 56-73.
- [159] ABAQUS. (2020). *ABAQUS Analysis User's Guide: Steady-State Transport Analysis*. Dassault Systèmes Simulia Corp.
- [160] Benson, D. J. (1992). Computational methods in Lagrangian and Eulerian hydrocodes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 99(2-3), 235-394.
- [161] Donea, J., Huerta, A., Ponthot, J. P., & Rodriguez-Ferran, A. (2004). Arbitrary Lagrangian–Eulerian methods. In *Encyclopedia of Computational Mechanics*.
- [162] Kim, K. O., & Youn, S. K. (2012). A contact analysis approach based on linear complementarity formulation using smoothed finite element methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 89(12), 1552-1577.
- [163] Hirt, C. W., Amsden, A. A., & Cook, J. L. (1974). An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds. *Journal of Computational Physics*, 14(3), 227-253.
- [164] Schiehlen, W. (Ed.). (2014). *Multibody system dynamics, robotics and control*. Springer Science & Business Media.
- [165] Eberhard, P., & Schiehlen, W. (2006). Computational dynamics of multibody systems: history, formalisms, and applications. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 1(1), 3-12.
- [166] González, F., González, M., Luque, P., Kharaz, A. H., & Fraile, A. (2008). Development and validation of a three-dimensional tyre model for vehicular dynamics simulation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 222(4), 323-334.

- [167] Dubois, G., Cesbron, J., Yin, H. P., & Anfosso-Lédée, F. (2013). Statistical estimation of low frequency tyre/road noise from numerical contact forces. *Applied Acoustics*, 74(9), 1085-1093.
- [168] Hertz, H. (1882). Über die Berührung fester elastischer Körper. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 92, 156-171.
- [169] Wang, H., Al-Qadi, I. L., & Stanciulescu, I. (2014). Effect of surface friction on tire-pavement contact stresses during vehicle maneuvering. *Journal of Engineering Mechanics*, 140(10), 04014001.
- [170] Ding, Y., & Wang, G. (2019). Finite element analysis of surface acoustic wave propagation in stressed crystals. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 66(9), 1462-1471.
- [171] Robertson, J. M., Yager, T. J., & Stubbs, S. M. (1973). Influence of tread wear and groove geometry on tire-road interaction. In *Tire Rolling Losses and Fuel Economy—An R&D Planning Workshop*, 125-168.
- [172] Pullen, A., & Williams, C. (2018). *Vehicle noise and vibration refinement*. Woodhead Publishing.
- [173] Hamet, J. F., & Klein, P. (2001). Use of a rolling model for the study of the correlation between road texture and tire noise. In *Proceedings of Internoise 2001*.
- [174] Jennings, S. P. (1998). Noise control in passenger vehicle design. *SAE Transactions*, 107, 2485-2491.
- [175] Lee, S. K., Lee, J. M., Kim, M. W., & Kim, B. S. (2009). A study on the objective evaluation of the indoor booming noise based on the modified Zwicker's loudness model in a passenger car. *Applied Acoustics*, 70(6), 909-919.
- [176] Sandberg, U. (2001). Tyre/road noise—myths and realities. In *Proceedings of Internoise 2001*.
- [177] PIARC. (1987). Report of the committee on surface characteristics. In *XVIIIth World Road Congress*.
- [178] Bernhard, R., Wayson, R. L., Haddock, J., Neithalath, N., El-Aassar, A., Olek, J., ... & Pellinen, T. (2005). An introduction to tire/pavement noise of asphalt pavement. *Institute of Safe, Quiet and Durable Highway*, SQDH 2005-1.

- [179] Cho, D. S., Kim, B. H., Kim, J. H., Vladimir, N., & Choi, T. M. (2016). Forced vibration analysis of arbitrarily constrained rectangular plates and stiffened panels using the assumed mode method. *Thin-Walled Structures*, 90, 182-190.
- [180] Anfosso-Lédée, F., & Pichaud, Y. (2007). Temperature effect on tyre–road noise. *Applied Acoustics*, 68(1), 1-16.
- [181] Kuijpers, A., & van Blokland, G. (2001). Tire-road noise models in the last two decades: a critical evaluation. In *Proceedings of Internoise 2001*.
- [182] Klein, P., & Hamet, J. F. (2003). Road texture and rolling noise: an envelopment procedure. In *Proceedings of Internoise 2003*.
- [183] ISO 10844:2021. Acoustics — Specification of test tracks for measuring noise emitted by road vehicles and their tyres. *International Organization for Standardization*.
- [184] Li, T., Burdisso, R., & Sandu, C. (2018). A new analytical model for tire-pavement interaction noise. In *Proceedings of Internoise 2018*.
- [185] McGhee, K. K., & Flintsch, G. W. (2003). High-speed texture measurement of pavements. *Virginia Transportation Research Council*.
- [186] Nguyen, V. H., Zheng, D., Schmitt, F., & Tran, D. T. (2016). A fast texture synthesis algorithm using morphological dilation. In *2016 Eighth International Conference on Knowledge and Systems Engineering (KSE)*, 69-74. IEEE.
- [187] Nilsson, N. Å. (1982). Influence of road surface irregularities on vehicle noise. In *Proceedings of Internoise 1982*.
- [188] Descornet, G. (1980). Influence of pavement texture on tire noise. In *Surface characteristics of roadways: international research and technologies* (pp. 31-48).
- [189] Kropp, W., & Larsson, K. (2001). A semi-empirical model for the tread block vibration. In *Proceedings of Internoise 2001*.
- [190] Tao, J., Wang, R., & Bian, X. (2010). Acoustic optimization of tire pitch sequence with hybrid method. In *2010 3rd International Conference on Biomedical Engineering and Informatics* (Vol. 7, pp. 2880-2883). IEEE.
- [191] Kim, S. H., & Kim, G. J. (2007). Objective evaluation of tread pattern noise. *International Journal of Automotive Technology*, 8(3), 273-278.

- [192] Osawa, K., & Nishida, T. (2013). A genetic algorithm approach to pitch sequence optimization for reducing tire/road noise. *SAE International Journal of Passenger Cars-Mechanical Systems*, 6(2013-01-1976), 1208-1215.
- [193] Goldberg, D. E., & Holland, J. H. (1988). Genetic algorithms and machine learning. *Machine Learning*, 3(2), 95-99.
- [194] Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., & Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598), 671-680.
- [195] Ejsmont, J., Sandberg, U., & Taryma, S. (1984). Influence of tread pattern on tire/road noise. *SAE Transactions*, 93, 852-863.
- [196] Cebon, D. (1999). *Handbook of vehicle-road interaction*. CRC Press.
- [197] Li, T. (2018). Influencing parameters on tire–pavement interaction noise: Review, experiments, and design considerations. *Designs*, 2(4), 38.
- [198] Akay, A. (2002). Acoustics of friction. *Journal of the Acoustical Society of America*, 111(4), 1525-1548.
- [199] Popp, K., & Stelter, P. (1990). Stick-slip vibrations and chaos. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Physical and Engineering Sciences*, 332(1624), 89-105.
- [200] Armstrong-Hélouvry, B., Dupont, P., & Canudas de Wit, C. (1994). A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. *Automatica*, 30(7), 1083-1138.
- [201] Hess, D. P., & Soom, A. (1990). Friction at a lubricated line contact operating at oscillating sliding velocities. *Journal of Tribology*, 112(1), 147-152.
- [202] Persson, B. N. J., Tartaglino, U., Albohr, O., & Tosatti, E. (2005). Rubber friction on wet and dry road surfaces: The sealing effect. *Physical Review B*, 71(3), 035428.
- [203] Olsson, H., Åström, K. J., Canudas de Wit, C., Gäfvert, M., & Lischinsky, P. (1998). Friction models and friction compensation. *European Journal of Control*, 4(3), 176-195.
- [204] Swevers, J., Al-Bender, F., Ganseman, C. G., & Projogo, T. (2000). An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(4), 675-686.

- [205] Roberts, A. D. (1992). A guide to estimating the friction of rubber. *Rubber Chemistry and Technology*, 65(3), 673-686.
- [206] Nguyen, V. H., Zheng, D., Schmitt, F., & Wang, L. (2018). Simulation of tire-pavement interaction using the finite element method. *Noise Control Engineering Journal*, 66(3), 176-188.
- [207] Cho, J. R., Shin, S. W., Yoo, W. S., & Lee, G. H. (2003). Numerical estimation of rolling resistance and temperature distribution of 3-D periodic patterned tire. *International Journal of Solids and Structures*, 40(11), 2867-2882.
- [208] Mars, W. V., & Fatemi, A. (2004). Factors that affect the fatigue life of rubber: A literature survey. *Rubber Chemistry and Technology*, 77(3), 391-412.
- [209] Allouis, C., Amoresano, A., Giordano, D., Russo, F., & Timpone, F. (2013). Measurement of the thermal diffusivity of a tire compound by means of infrared optical technique. *International Review of Mechanical Engineering*, 7(1), 127-131.
- [210] Kennedy, F. E., & Ling, F. F. (1974). A thermal, thermoelastic, and wear simulation of a high-energy sliding contact problem. *Journal of Lubrication Technology*, 96(3), 497-505.
- [211] Rodríguez-Tembleque, L., Buroni, F. C., Abascal, R., & Sáez, A. (2011). 3D frictional contact of anisotropic solids using BEM. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 30(2), 95-104.
- [212] Kim, K., & Jeon, I. (2013). Thermo-mechanical finite element analysis of quenching process of carbon steel. *Journal of Materials Processing Technology*, 213(9), 1473-1480.
- [213] Kaliske, M., & Rothert, H. (1997). Formulation and implementation of three-dimensional viscoelasticity at small and finite strains. *Computational Mechanics*, 19(3), 228-239.
- [214] Schuring, D. J., & Futamura, S. (1990). Rolling loss of pneumatic highway tires in the eighties. *Rubber Chemistry and Technology*, 63(3), 315-367.
- [215] Cho, J. R., Yoon, Y. H., Sohn, J. S., & Kim, G. J. (2013). Coupled thermo-mechanical FE analysis for automobile tire rolling resistance prediction. In

- Applied Mechanics and Materials* (Vol. 394, pp. 171-176). Trans Tech Publications.
- [216] Wollny, I., Behnke, R., & Kaliske, M. (2016). Numerical simulation of pavement-tire interaction considering nonlinear and rate-dependent effects. *Road Materials and Pavement Design*, 17(3), 628-650.
- [217] Hayden, R. E. (1971). Roadside noise from the interaction of a rolling tire with the road surface. In *Proceedings of the Purdue Noise Control Conference* (pp. 59-64).
- [218] Graf, R. A., Kuo, C. Y., Dowling, A. P., & Graham, W. R. (2002). On the horn effect of a tyre/road interface, part I: Experiment and computation. *Journal of Sound and Vibration*, 256(3), 417-431.
- [219] Eisenblaetter, J., Walsh, S. J., & Krylov, V. V. (2010). Air-related mechanisms of noise generation by solid rubber tyres with cavities. *Applied Acoustics*, 71(9), 854-860.
- [220] Ronneberger, D. (1978). The acoustical impedance of holes in the wall of flow ducts. *Journal of Sound and Vibration*, 56(2), 267-285.
- [221] Pierce, A. D. (2019). *Acoustics: an introduction to its physical principles and applications*. Springer Nature.
- [222] Howe, M. S. (1998). *Acoustics of fluid-structure interactions*. Cambridge University Press.
- [223] Klein, P., Hamet, J. F., & Gautier, P. E. (1999). Assessment of noise generation mechanisms on porous road surfaces. In *Proceedings of Internoise 1999*.
- [224] Rossiter, J. E. (1964). *Wind-tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds* (Vol. 3438). Ministry of Aviation, Aeronautical Research Council.
- [225] Kinsler, L. E., Frey, A. R., Coppens, A. B., & Sanders, J. V. (2000). *Fundamentals of acoustics*. John Wiley & Sons.
- [226] Kim, S., Richards, S. K., Christensen, D., & Bolton, J. S. (2003). An experimental investigation of the measurement of tire air cavity noise. In *Proceedings of Noise-Con 2003*.

- [227] Oerlemans, S., & Holthusen, H. (2001). Experimental validation of aeroacoustic wind turbine noise prediction models. In *7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit* (p. 2223).
- [228] Anderson, J. D., & Wendt, J. (1995). *Computational fluid dynamics* (Vol. 206). McGraw-Hill.
- [229] Donea, J., Giuliani, S., & Halleux, J. P. (1982). An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 33(1-3), 689-723.
- [230] Mittal, R., & Iaccarino, G. (2005). Immersed boundary methods. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 37, 239-261.
- [231] Peskin, C. S. (2002). The immersed boundary method. *Acta Numerica*, 11, 479-517.
- [232] Dowell, E. H., & Hall, K. C. (2001). Modeling of fluid-structure interaction. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 33(1), 445-490.
- [233] Heil, M., & Hazel, A. L. (2006). oomph-lib—An object-oriented multi-physics finite-element library. In *Fluid-Structure Interaction* (pp. 19-49). Springer.
- [234] Felippa, C. A., Park, K. C., & Farhat, C. (2001). Partitioned analysis of coupled mechanical systems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(24-25), 3247-3270.
- [235] Matthies, H. G., & Steindorf, J. (2003). Partitioned strong coupling algorithms for fluid–structure interaction. *Computers & Structures*, 81(8-11), 805-812.
- [236] Hou, G., Wang, J., & Layton, A. (2012). Numerical methods for fluid-structure interaction—a review. *Communications in Computational Physics*, 12(2), 337-377.
- [237] Küttler, U., & Wall, W. A. (2008). Fixed-point fluid–structure interaction solvers with dynamic relaxation. *Computational Mechanics*, 43(1), 61-72.
- [238] Förster, C., Wall, W. A., & Ramm, E. (2007). Artificial added mass instabilities in sequential staggered coupling of nonlinear structures and incompressible viscous flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(7), 1278-1293.

- [239] Eisenblaetter, J., Walsh, S. J., & Krylov, V. V. (2010). Air-related mechanisms of noise generation by solid rubber tyres with cavities. *Applied Acoustics*, 71(9), 854-860.
- [240] Kim, S., & Bolton, J. S. (2004). Effects of tyre and tire cavity acoustic modes on vehicle interior acoustic characteristics. In *Proceedings of Internoise 2004*.
- [241] Lighthill, M. J. (1952). On sound generated aerodynamically I. General theory. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 211(1107), 564-587.
- [242] Curle, N. (1955). The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 231(1187), 505-514.
- [243] Ffowcs Williams, J. E., & Hawkings, D. L. (1969). Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 264(1151), 321-342.
- [244] Heckl, M., & Abrahams, I. D. (2000). Curve squeal of train wheels, part 1: Mathematical model for its generation. *Journal of Sound and Vibration*, 229(3), 669-693.
- [245] Rusli, M., & Okamoto, K. (2011). Numerical simulation and wind tunnel measurement of air flow around horizontal axis wind turbine. In *International Conference on Fluid Dynamics and Thermodynamics Technologies* (Vol. 33, pp. 78-82).
- [246] Colonius, T., & Lele, S. K. (2004). Computational aeroacoustics: progress on nonlinear problems of sound generation. *Progress in Aerospace Sciences*, 40(6), 345-416.
- [247] Wang, M., Freund, J. B., & Lele, S. K. (2006). Computational prediction of flow-generated sound. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 38, 483-512.
- [248] Brès, G. A., Bose, S. T., Emory, M., Ham, F. E., Schmidt, O. T., Rigas, G., & Colonius, T. (2017). Large-eddy simulations of co-annular turbulent jet using a Voronoi-based mesh generation framework. In *55th AIAA Aerospace Sciences Meeting* (p. 0083).

- [249] Dare, R., Dare, A., & Dare, P. (1993). The effect of tread pattern design on tyre noise. In *Proceedings of Internoise 1993*.
- [250] Sandberg, U. (2001). Tyre/road noise—Myths and realities. In *Proceedings of Internoise 2001*.
- [251] Mohamed, Z., Corno, M., Albini, L., Gerard, M., & Savaresi, S. M. (2019). A hybrid model for tire air pumping effect. In *2019 American Control Conference (ACC)* (pp. 4451-4456). IEEE.
- [252] Kindt, P., Sas, P., & Desmet, W. (2009). Experimental analysis of the structure-borne tyre/road noise due to road discontinuities. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23(8), 2557-2574.
- [253] Hall, D. E., & Moreland, J. B. (1971). Fundamentals of rolling resistance. *Rubber Chemistry and Technology*, 44(4), 1128-1198.
- [254] Bolton, J. S., & Kim, Y. J. (1997). The effect of ventilation grooves on the generation of tire air pumping noise. In *Proceedings of Internoise 1997*.
- [255] Dubois, G., & Petit, V. (2013). Development of low-noise road surfaces: A challenge for life cycle assessment. *International Journal of Pavement Engineering*, 14(3), 287-301.
- [256] Richards, S. K., & Bolton, J. S. (2003). Tire air cavity resonance noise control using an acoustic absorber. In *Proceedings of Noise-Con 2003*.
- [257] Sakata, T., Morimura, H., & Ide, H. (1990). Effects of tire cavity resonance on vehicle road noise. *Tire Science and Technology*, 18(2), 68-79.
- [258] Kim, S., Jeong, W., & Park, Y. (2002). Numerical analysis of tire cavity resonance and interior noise in passenger cars. In *Proceedings of Internoise 2002*.
- [259] Yamauchi, H., & Akiyoshi, Y. (2002). Theory of tyre cavity resonance. *JSAE Review*, 23(4), 463-469.
- [260] Molisani, L. R., Burdisso, R. A., & Tsihlias, D. (2003). A coupled tire structure/acoustic cavity model. *International Journal of Solids and Structures*, 40(19), 5125-5138.
- [261] Morse, P. M., & Ingard, K. U. (1986). *Theoretical acoustics*. Princeton University Press.

- [262] Mohamed, Z., Wang, X., & Jazar, R. (2015). A survey on modeling and control of tire cavity resonance. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 229(14), 1947-1961.
- [263] Wang, T., Shieh, C. C., & Wu, F. K. (2013). Finite element analysis of tire cavity resonance. In *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings* (Vol. 247, No. 1, pp. 7313-7321). Institute of Noise Control Engineering.
- [264] Kim, K. J., Richards, S. K., & Bolton, J. S. (2003). Effect of tire heterogeneity on acoustic cavity resonance and radiation. In *Proceedings of Noise-Con 2003*.
- [265] Kido, I., & Nakamoto, Y. (1995). Analysis of radiated sound and vibrational characteristics of tire structure applying FEM and BEM. *Tire Science and Technology*, 23(2), 91-109.
- [266] Ihlenburg, F. (1998). *Finite element analysis of acoustic scattering*. Springer Science & Business Media.
- [267] Thompson, L. L. (2006). A review of finite-element methods for time-harmonic acoustics. *Journal of the Acoustical Society of America*, 119(3), 1315-1330.
- [268] Petyt, M. (2010). *Introduction to finite element vibration analysis*. Cambridge University Press.
- [269] Marburg, S., & Nolte, B. (Eds.). (2008). *Computational acoustics of noise propagation in fluids: finite and boundary element methods* (Vol. 578). Springer Science & Business Media.
- [270] Kirkup, S. (2007). *The boundary element method in acoustics*. Integrated Sound Software.
- [271] Estorff, O. V. (Ed.). (2000). *Boundary elements in acoustics: Advances and applications*. WIT Press.
- [272] Mohamed, Z., Albini, L., Gerard, M., Corno, M., & Savaresi, S. M. (2019). A preliminary experimental analysis on the interaction between tire resonance frequencies and road surface properties. In *2019 IEEE Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC)* (pp. 3093-3098). IEEE.
- [273] Chiu, Y. J., & Huang, Y. C. (2006). Acoustic behaviors of the absorbing material inside a tire cavity. *Applied Acoustics*, 67(2), 125-141.

- [274] Sandberg, U. (2001). Tyre/road noise—myths and realities. In *Proceedings of the 2001 International Congress and Exhibition on Noise Control Engineering*.
- [275] Everstine, G. C. (1997). Finite element formulations of structural acoustics problems. *Computers & Structures*, 65(3), 307-321.
- [276] Zienkiewicz, O. C., & Newton, R. E. (1969). Coupled vibrations of a structure submerged in a compressible fluid. In *Proceedings of the symposium on finite element techniques held at the University of Stuttgart* (pp. 1-15).
- [277] Bathe, K. J., & Nitikitpaiboon, C. (1997). An arbitrary Lagrangian-Eulerian formulation for dynamic analysis. *Finite Elements in Analysis and Design*, 24(3), 171-182.
- [278] Wang, T., Shieh, C. C., & Kuo, C. J. (2012). Coupled FE/BE analysis of tire structure/cavity resonance using damping models. In *Proceedings of Internoise 2012*.
- [279] Molisani, L. R., Burdisso, R. A., & Tsihlas, D. (2003). A coupled tire structure/acoustic cavity model. *International Journal of Solids and Structures*, 40(19), 5125-5138.
- [280] Yamauchi, H., & Akiyoshi, Y. (2002). Theory of tyre cavity resonance. *JSAE Review*, 23(4), 463-469.
- [281] Feng, Z., & Gu, A. (2016). Optimization of tire cavity resonance with porous material and structural damping. In *SAE Technical Paper 2016-01-1824*.
- [282] Tanaka, Y., Kaji, K., & Tachibana, H. (2004). Effectiveness of porous elastic road surfaces for reducing tire/road noise. *Applied Acoustics*, 65(5), 481-495.
- [283] Richards, S. K., & Bolton, J. S. (2003). Tire air cavity resonance noise control using an acoustic absorber. In *Proceedings of Noise-Con 2003*.
- [284] Molisani, L. R., Burdisso, R. A., & Tsihlas, D. (2002). Reduction of tire/cavity resonance using an acoustic resonator. In *Proceedings of Internoise 2002*.
- [285] Kim, S., Bolton, J. S., & Kwon, H. J. (2004). Optimal interior noise reduction with an acoustic mat attached to interior surface of the tire cavity. In *SAE Technical Paper 2004-01-1683*.

- [286] Chiu, Y. J. (2010). Active control of tire cavity resonance. In *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 224(8), 945-956.
- [287] Wu, J., Chen, X., & Li, Z. (2018). Active control of tire cavity resonance using piezoelectric actuators. *Shock and Vibration*, 2018.
- [288] Balasubramanian, M. K., & Krajnak, K. M. (2007). Effects of vibration on the hand-arm vascular system: A narrative review. *International Archives of Occupational and Environmental Health*, 80(5), 403-412.
- [289] Mohamed, Z., Corno, M., Albin, L., Gerard, M., & Savaresi, S. M. (2019). A semi-active control strategy for tire cavity resonance damping. In *2019 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)* (pp. 847-852). IEEE.
- [290] Wang, T., Kuo, C. J., & Shieh, C. C. (2013). Numerical investigation of tire cavity resonance suppression using porous material. In *Proceedings of Internoise 2013*.
- [291] Chiu, Y. J., & Huang, Y. C. (2006). Acoustic behaviors of the absorbing material inside a tire cavity. *Applied Acoustics*, 67(2), 125-141.
- [292] Grogger, H., & Pfützner, H. (2001). Calculation of exterior aerodynamic noise of vehicles by hybrid methods. In *Proceedings of the International Seminar on Modal Analysis* (Vol. 3, pp. 1383-1390).
- [293] Thompson, D. J., Iglesias, E. L., Liu, X., Zhu, J., & Hu, Z. (2015). Recent developments in the prediction and control of aerodynamic noise from high-speed trains. *International Journal of Rail Transportation*, 3(3), 119-150.
- [294] Caro, S., Ploumhans, P., & Gallez, X. (2008). Implementation of Lighthill's acoustic analogy in a finite/infinite elements framework. In *14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (29th AIAA Aeroacoustics Conference)* (p. 3044).
- [295] Lighthill, M. J. (1952). On sound generated aerodynamically I. General theory. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 211(1107), 564-587.
- [296] Goldstein, M. E. (1976). *Aeroacoustics*. McGraw-Hill International Book Company.

- [297] Lilley, G. M. (1996). The radiated noise from isotropic turbulence revisited. *NASA Contractor Report*, 93.
- [298] Curle, N. (1955). The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 231(1187), 505-514.
- [299] Ffowcs Williams, J. E., & Hawkings, D. L. (1969). Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 264(1151), 321-342.
- [300] Farassat, F. (2007). Derivation of formulations 1 and 1A of Farassat. *NASA TM-2007-214853*.
- [301] Brentner, K. S., & Farassat, F. (1998). Analytical comparison of the acoustic analogy and Kirchhoff formulation for moving surfaces. *AIAA Journal*, 36(8), 1379-1386.
- [302] Di Francescantonio, P. (1997). A new boundary integral formulation for the prediction of sound radiation. *Journal of Sound and Vibration*, 202(4), 491-509.
- [303] Wang, M., Freund, J. B., & Lele, S. K. (2006). Computational prediction of flow-generated sound. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 38, 483-512.
- [304] Pope, S. B. (2001). *Turbulent flows*. IOP Publishing.
- [305] Schlichting, H., & Gersten, K. (2016). *Boundary-layer theory*. Springer.
- [306] Moin, P., & Mahesh, K. (1998). Direct numerical simulation: a tool in turbulence research. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 30(1), 539-578.
- [307] Sagaut, P. (2006). *Large eddy simulation for incompressible flows: an introduction*. Springer Science & Business Media.
- [308] Piomelli, U., & Balaras, E. (2002). Wall-layer models for large-eddy simulations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 34(1), 349-374.
- [309] Smagorinsky, J. (1963). General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic experiment. *Monthly Weather Review*, 91(3), 99-164.
- [310] Spalart, P. R. (2009). Detached-eddy simulation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 41, 181-202.

- [311] Spalart, P. R., Deck, S., Shur, M. L., Squires, K. D., Strelets, M. K., & Travin, A. (2006). A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 20(3), 181-195.
- [312] Proudman, I. (1952). The generation of noise by isotropic turbulence. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 214(1116), 119-132.
- [313] Ghoreyshi, M., Jirasek, A., & Cummings, R. M. (2014). Reduced order unsteady aerodynamic modeling for stability and control analysis using computational fluid dynamics. *Progress in Aerospace Sciences*, 71, 167-217.
- [314] Rockwell, D., & Naudascher, E. (1978). Review—Self-sustaining oscillations of flow past cavities. *Journal of Fluids Engineering*, 100(2), 152-165.
- [315] Rockwell, D., & Naudascher, E. (1979). Self-sustained oscillations of impinging free shear layers. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 11(1), 67-94.
- [316] Rossiter, J. E. (1964). *Wind-tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds*. Royal Aircraft Establishment Technical Report.
- [317] Heller, H. H., Holmes, D. G., & Covert, E. E. (1971). Flow-induced pressure oscillations in shallow cavities. *Journal of Sound and Vibration*, 18(4), 545-553.
- [318] East, L. F. (1966). Aerodynamically induced resonance in rectangular cavities. *Journal of Sound and Vibration*, 3(3), 277-287.
- [319] Sarohia, V., & Massier, P. F. (1977). Control of cavity noise. *Journal of Aircraft*, 14(9), 833-837.
- [320] Colonius, T., Basu, A. J., & Rowley, C. W. (1999). Numerical investigation of the flow past a cavity. In *5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit* (p. 1912).
- [321] Jiménez, J. (2004). Turbulent flows over rough walls. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 36, 173-196.
- [322] Raupach, M. R., Antonia, R. A., & Rajagopalan, S. (1991). Rough-wall turbulent boundary layers. *Applied Mechanics Reviews*, 44(1), 1-25.

- [323] Chase, D. M. (1987). The character of the turbulent wall pressure spectrum at subconvective wavenumbers and a suggested comprehensive model. *Journal of Sound and Vibration*, 112(1), 125-147.
- [324] Goody, M. (2004). Empirical spectral model of surface pressure fluctuations. *AIAA Journal*, 42(9), 1788-1794.
- [325] Farabee, T. M., & Casarella, M. J. (1991). Spectral features of wall pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 3(10), 2410-2420.
- [326] Bull, M. K. (1996). Wall-pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers: some reflections on forty years of research. *Journal of Sound and Vibration*, 190(3), 299-315.
- [327] Walsh, M. J. (1983). Riblets as a viscous drag reduction technique. *AIAA Journal*, 21(4), 485-486.
- [328] Bechert, D. W., Bruse, M., Hage, W., Van der Hoeven, J. G. T., & Hoppe, G. (1997). Experiments on drag-reducing surfaces and their optimization with an adjustable geometry. *Journal of Fluid Mechanics*, 338, 59-87.
- [329] Dean, B., & Bhushan, B. (2010). Shark-skin surfaces for fluid-drag reduction in turbulent flow: a review. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 368(1929), 4775-4806.
- [330] Brooks, T. F., Pope, D. S., & Marcolini, M. A. (1989). *Airfoil self-noise and prediction*. NASA Reference Publication 1218.
- [331] Sarradj, E., Herold, G., Sijtsma, P., Merino Martinez, R., Geyer, T. F., Bahr, C. J., ... & Porteous, R. (2017). A microphone array method benchmarking exercise using synthesized input data. In *23rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference* (p. 3719).
- [332] Mueller, T. J. (Ed.). (2002). *Aeroacoustic measurements*. Springer Science & Business Media.
- [333] Sijtsma, P. (2007). CLEAN based on spatial source coherence. *International Journal of Aeroacoustics*, 6(4), 357-374.

- [334] Maynard, J. D., Williams, E. G., & Lee, Y. (1985). Nearfield acoustic holography: I. Theory of generalized holography and the development of NAH. *Journal of the Acoustical Society of America*, 78(4), 1395-1413.
- [335] Johnson, D. H., & Dudgeon, D. E. (1992). *Array signal processing: concepts and techniques*. PTR Prentice Hall.
- [336] Hucho, W. H., & Sovran, G. (1993). Aerodynamics of road vehicles. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 25(1), 485-537.
- [337] Genuit, K., & Fiebig, A. (2006). Psychoacoustics and its benefit for the soundscape approach. *Acta Acustica United with Acustica*, 92(6), 952-958.
- [338] Kim, G. J., & Holland, K. R. (2001). Analysis of tire acoustic radiation using a three-dimensional boundary element method. *Journal of the Acoustical Society of America*, 110(6), 3186-3196.
- [339] Hambric, S. A., Sung, S. H., & Nefske, D. J. (2016). *Engineering vibroacoustic analysis: methods and applications*. John Wiley & Sons.
- [340] Wu, T. W. (Ed.). (2000). *Boundary element acoustics: fundamentals and computer codes* (Vol. 7). WIT Press.
- [341] Kirkup, S. M., & Henwood, D. J. (1992). Methods for speeding up the boundary element solution of acoustic radiation problems. *Journal of Vibration and Acoustics*, 114(3), 374-380.
- [342] Colton, D., & Kress, R. (2012). *Inverse acoustic and electromagnetic scattering theory* (Vol. 93). Springer Science & Business Media.
- [343] Burton, A. J., & Miller, G. F. (1971). The application of integral equation methods to the numerical solution of some exterior boundary-value problems. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 323(1553), 201-210.
- [344] Ciskowski, R. D., & Brebbia, C. A. (1991). *Boundary element methods in acoustics*. Computational Mechanics Publications.
- [345] Seybert, A. F., & Rengarajan, T. K. (1987). The use of CHIEF to obtain unique solutions for acoustic radiation using boundary integral equations. *Journal of the Acoustical Society of America*, 81(5), 1299-1306.

- [346] Marburg, S. (2002). Developments in structural-acoustic optimization for passive noise control. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 9(4), 291-370.
- [347] Chen, J. T., & Chen, K. H. (1999). Applications of the dual integral formulation in conjunction with fast multipole method in large-scale problems for 2D exterior acoustics. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 23(8), 685-691.
- [348] Schenck, H. A. (1968). Improved integral formulation for acoustic radiation problems. *Journal of the Acoustical Society of America*, 44(1), 41-58.
- [349] Marburg, S. (2008). The Burton and Miller method: Unlocking another mystery of its coupling parameter. *Journal of Computational Acoustics*, 16(02), 129-140.
- [350] Rokhlin, V. (1985). Rapid solution of integral equations of classical potential theory. *Journal of Computational Physics*, 60(2), 187-207.
- [351] Greengard, L., & Rokhlin, V. (1987). A fast algorithm for particle simulations. *Journal of Computational Physics*, 73(2), 325-348.
- [352] Coifman, R., Rokhlin, V., & Wandzura, S. (1993). The fast multipole method for the wave equation: A pedestrian prescription. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 35(3), 7-12.
- [353] Gumerov, N. A., & Duraiswami, R. (2004). *Fast multipole methods for the Helmholtz equation in three dimensions*. Elsevier.
- [354] Bebendorf, M. (2000). Approximation of boundary element matrices. *Numerische Mathematik*, 86(4), 565-589.
- [355] Kurz, S., Rain, O., & Rjasanow, S. (2007). The adaptive cross-approximation technique for the 3D boundary-element method. *IEEE Transactions on Magnetics*, 38(2), 421-424.
- [356] Song, J. M., Lu, C. C., & Chew, W. C. (1997). Multilevel fast multipole algorithm for electromagnetic scattering by large complex objects. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 45(10), 1488-1493.
- [357] Chew, W. C., Jin, J. M., Michielssen, E., & Song, J. M. (2001). *Fast and efficient algorithms in computational electromagnetics*. Artech House.

- [358] Kido, I., Nakamoto, Y., & Yamauchi, H. (1995). Analysis of radiated sound and vibrational characteristics of tire structure applying FEM and BEM. *Tire Science and Technology*, 23(2), 91-109.
- [359] Marburg, S., & Nolte, B. (2008). A unified approach to finite and boundary element discretization in linear time-harmonic acoustics. In *Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids—Finite and Boundary Element Methods* (pp. 1-34). Springer.
- [360] Rasmussen, K. B., Arruda, J. R. F., & Sanchez-Hubert, J. (1996). Error analysis and reduction in structural-acoustic FE/BE models. In *Proceedings of Internoise 1996*.
- [361] Seybert, A. F., Soenarko, B., Rizzo, F. J., & Shippy, D. J. (1985). An advanced computational method for radiation and scattering of acoustic waves in three dimensions. *Journal of the Acoustical Society of America*, 77(2), 362-368.
- [362] Marburg, S., & Schneider, S. (2003). Influence of element types on numeric error for acoustic boundary elements. *Journal of Computational Acoustics*, 11(03), 363-386.
- [363] Fahy, F., & Gardonio, P. (2007). *Sound and structural vibration: radiation, transmission and response*. Academic Press.
- [364] Li, Y. Y., & Cheng, L. (2007). Influences of ground and wheel house on tire noise. *Applied Acoustics*, 68(10), 1238-1251.
- [365] Rasmussen, P. (1989). The ground plane in outdoor sound propagation. *Applied Acoustics*, 27(3), 179-188.
- [366] Oettle, N., Sims-Williams, D., Dominy, R., Darlington, C., Freeman, C., & Tindall, P. (2010). The effects of unsteady on-road flow conditions on cabin noise. *SAE International Journal of Passenger Cars-Mechanical Systems*, 3(2010-01-0289), 56-69.
- [367] Li, Y. Y., & Cheng, L. (2008). An acoustic modeling of the drum and the tire-cavity coupling system. In *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 222(11), 2021-2034.
- [368] Sgard, F., Atalla, N., & Nicolas, J. (2000). A numerical model for the low frequency diffuse field sound transmission loss of double-wall sound barriers

- with elastic porous linings. *Journal of the Acoustical Society of America*, 108(6), 2865-2872.
- [369] Rasmussen, K. B. (2010). A note on the calculation of sound fields in small rooms. *Acta Acustica United with Acustica*, 96(2), 286-291.
- [370] Krokstad, A., Strom, S., & Sørsdal, S. (1968). Calculating the acoustical room response by the use of a ray tracing technique. *Journal of Sound and Vibration*, 8(1), 118-125.
- [371] Vorländer, M. (2007). *Auralization: fundamentals of acoustics, modelling, simulation, algorithms and acoustic virtual reality*. Springer Science & Business Media.
- [372] Lyon, R. H., & DeJong, R. G. (1995). *Theory and application of statistical energy analysis*. Butterworth-Heinemann.
- [373] Cotoni, V., Langley, R. S., & Shorter, P. J. (2008). A statistical energy analysis subsystem formulation using finite element and periodic structure theory. *Journal of Sound and Vibration*, 318(4-5), 1077-1108.
- [374] Craik, R. J. M. (1996). *Sound transmission through buildings using statistical energy analysis*. Gower Publishing Company.
- [375] Mace, B. R. (2003). Statistical energy analysis: coupling loss factors, indirect coupling and system modes. *Journal of Sound and Vibration*, 279(1-2), 141-170.
- [376] Fahy, F. J., & Mohammed, A. D. (1992). A study of uncertainty in applications of SEA to coupled beam and plate systems, part I: Computational experiments. *Journal of Sound and Vibration*, 158(1), 45-67.
- [377] Hopkins, C. (2007). *Sound insulation*. Routledge.
- [378] Langley, R. S., & Bremner, P. (1999). A hybrid method for the vibration analysis of complex structural-acoustic systems. *Journal of the Acoustical Society of America*, 105(3), 1657-1671.
- [379] Woodhouse, J. (1981). An introduction to statistical energy analysis of structural vibration. *Applied Acoustics*, 14(6), 455-469.
- [380] Lyon, R. H. (1975). *Statistical energy analysis of dynamical systems: theory and applications*. MIT Press.

- [381] Kropp, W., & Larsson, K. (2002). Validation of a simple tyre/road interaction model based on a 3D tread band model. In *Proceedings of the 9th International Congress on Sound and Vibration*.
- [382] Steel, J. A., & Craik, R. J. M. (1994). Statistical energy analysis of structure-borne sound transmission by finite element methods. *Journal of Sound and Vibration*, 178(4), 553-561.
- [383] Fahy, F. J., & Yao, K. (1987). Power flow between non-conservatively coupled oscillators. *Journal of Sound and Vibration*, 114(1), 1-11.
- [384] Burroughs, C. B. (1984). Acoustic radiation from fluid-loaded infinite circular cylinders with doubly periodic ring supports. *Journal of the Acoustical Society of America*, 75(3), 715-722.
- [385] Manning, J. E., Lee, J. M., & Brittain, L. A. (2005). Sound transmission from tire/wheel/brake assemblies to vehicle interiors. *SAE Transactions*, 114, 2637-2643.
- [386] Langley, R. S., & Cotoni, V. (2007). Response variance prediction for uncertain vibro-acoustic systems using a hybrid deterministic-statistical method. *Journal of the Acoustical Society of America*, 122(6), 3445-3463.
- [387] Bies, D. A., & Hamid, S. (1980). In situ determination of loss and coupling loss factors by the power injection method. *Journal of Sound and Vibration*, 70(2), 187-204.
- [388] Clarkson, B. L., & Ranky, M. F. (1984). On the measurement of the coupling loss factor of structural connections. *Journal of Sound and Vibration*, 94(2), 249-261.
- [389] Desmet, W. (2002). A wave based prediction technique for coupled vibro-acoustic analysis. *KU Leuven, division PMA*.
- [390] Shorter, P. J., & Langley, R. S. (2005). On the reciprocity relationship between direct field radiation and diffuse reverberant loading. *Journal of the Acoustical Society of America*, 117(1), 85-95.
- [391] Cotoni, V., Shorter, P. J., & Langley, R. S. (2007). Numerical and experimental validation of a hybrid finite element-statistical energy analysis method. *Journal of the Acoustical Society of America*, 122(1), 259-270.

- [392] Chazot, J. D., & Guyader, J. L. (2007). Prediction of transmission loss of double panels with a patch-mobility method. *Journal of the Acoustical Society of America*, 121(1), 267-278.
- [393] Mace, B. R., & Shorter, P. J. (2000). Energy flow models from finite element analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 233(3), 369-389.
- [394] Finnveden, S., Barbagallo, M., Manconi, E., Chronopoulos, D., & Tijs, E. (2016). Waveguide finite elements for curved structures. *Journal of Sound and Vibration*, 312(1-2), 644-671.
- [395] Maxit, L., & Guyader, J. L. (2003). Estimation of SEA coupling loss factors using a dual formulation and FEM modal information, part I: Theory. *Journal of Sound and Vibration*, 239(5), 907-930.
- [396] Petyt, M. (2010). *Introduction to finite element vibration analysis*. Cambridge University Press.
- [397] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., & Zhu, J. Z. (2013). *The finite element method: its basis and fundamentals*. Butterworth-Heinemann.
- [398] Astley, R. J. (2000). Infinite elements for wave problems: a review of current formulations and an assessment of accuracy. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 49(7), 951-976.
- [399] Sandberg, G., Wernberg, P. A., & Davidsson, P. (1996). Fundamentals of fluid-structure interaction. In *Computational Aspects of Structural Acoustics and Vibration* (pp. 23-101). Springer.
- [400] Givoli, D. (2004). High-order local non-reflecting boundary conditions: a review. *Wave Motion*, 39(4), 319-326.
- [401] Bayliss, A., Gunzburger, M., & Turkel, E. (1982). Boundary conditions for the numerical solution of elliptic equations in exterior regions. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 42(2), 430-451.
- [402] Burnett, D. S. (1994). A three-dimensional acoustic infinite element based on a prolate spheroidal multipole expansion. *Journal of the Acoustical Society of America*, 96(5), 2798-2816.

- [403] Astley, R. J., Macaulay, G. J., & Coyette, J. P. (1994). Mapped wave envelope elements for acoustical radiation and scattering. *Journal of Sound and Vibration*, 170(1), 97-118.
- [404] Gerdes, K., & Demkowicz, L. (2000). Solution of 3D-Laplace and Helmholtz equations in exterior domains using hp-infinite elements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 137(3-4), 239-273.
- [405] Bérenger, J. P. (1994). A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics*, 114(2), 185-200.
- [406] Chew, W. C., & Weedon, W. H. (1994). A 3D perfectly matched medium from modified Maxwell's equations with stretched coordinates. *Microwave and Optical Technology Letters*, 7(13), 599-604.
- [407] Yuan, X., Borup, D., Wisikin, J. W., Berggren, M., Eidens, R., & Johnson, S. A. (1997). Formulation and validation of Berenger's PML absorbing boundary for the FDTD simulation of acoustic scattering. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 44(4), 816-822.
- [408] COMSOL. (2020). *Acoustics Module User's Guide*. COMSOL Inc.
- [409] Wu, T. W., & Seybert, A. F. (1991). A weighted residual formulation for the CHIEF method in acoustics. *Journal of the Acoustical Society of America*, 90(3), 1608-1614.
- [410] Harari, I., Barbone, P. E., Slavutin, M., & Shalom, R. (1998). Boundary infinite elements for the Helmholtz equation in exterior domains. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 41(6), 1105-1131.
- [411] Munjal, M. L. (2014). *Acoustics of ducts and mufflers*. John Wiley & Sons.
- [412] Attenborough, K., Li, K. M., & Horoshenkov, K. (2006). *Predicting outdoor sound*. CRC Press.
- [413] Morand, H. J. P., & Ohayon, R. (2012). *Fluid-structure interaction: applied numerical methods*. John Wiley & Sons.
- [414] Skelton, E. A., & James, J. H. (1997). *Theoretical acoustics of underwater structures*. World Scientific.

- [415] Everstine, G. C., & Henderson, F. M. (1990). Coupled finite element/boundary element approach for fluid–structure interaction. *Journal of the Acoustical Society of America*, 87(5), 1938-1947.
- [416] Li, Y. Y., & Cheng, L. (2007). Coupled FEM/BEM analysis of tire cavity resonance and noise radiation. In *Proceedings of Internoise 2007*.
- [417] Mohamed, Z., Wang, X., & Jazar, R. (2015). A survey on modeling and control of tire cavity resonance. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 229(14), 1947-1961.
- [418] Campanac, P., Chazot, J. D., Perret-Liaudet, J., & Kropp, W. (2011). Numerical analysis of a tyre/road contact problem with a coupled FE-BE method. In *Proceedings of Internoise 2011*.
- [419] Wang, T., Shieh, C. C., & Wu, F. K. (2013). Finite element analysis of tire cavity resonance. In *Proceedings of Internoise 2013* (Vol. 247, No. 1, pp. 7313-7321).
- [420] Schuhmacher, A., Hald, J., Rasmussen, K. B., & Hansen, P. C. (2003). Sound source reconstruction using inverse boundary element calculations. *Journal of the Acoustical Society of America*, 113(1), 114-127.
- [421] Williams, E. G. (1999). *Fourier acoustics: sound radiation and nearfield acoustical holography*. Academic Press.
- [422] Nelson, P. A., & Yoon, S. H. (2000). Estimation of acoustic source strength by inverse methods: Part I, Conditioning of the inverse problem. *Journal of Sound and Vibration*, 233(4), 639-664.
- [423] Zienkiewicz, O. C., & Taylor, R. L. (2005). *The finite element method for solid and structural mechanics*. Elsevier.
- [424] Keyes, D. E., McInnes, L. C., Woodward, C., Gropp, W., Myra, E., Pernice, M., ... & Zhang, H. (2013). Multiphysics simulations: Challenges and opportunities. *International Journal of High Performance Computing Applications*, 27(1), 4-83.
- [425] Gerbeau, J. F., & Vidrascu, M. (2003). A quasi-Newton algorithm based on a reduced model for fluid-structure interaction problems in blood flows. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 37(4), 631-647.

- [426] Heil, M., Hazel, A. L., & Boyle, J. (2008). Solvers for large-displacement fluid–structure interaction problems: segregated versus monolithic approaches. *Computational Mechanics*, 43(1), 91-101.
- [427] Piperno, S., & Farhat, C. (2001). Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems—Part II: Energy transfer analysis and three-dimensional applications. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(24-25), 3147-3170.
- [428] Degroote, J., Bathe, K. J., & Vierendeels, J. (2009). Performance of a new partitioned procedure versus a monolithic procedure in fluid–structure interaction. *Computers & Structures*, 87(11-12), 793-801.
- [429] Tallec, P. L., & Mouro, J. (2001). Fluid structure interaction with large structural displacements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(24-25), 3039-3067.
- [430] Dowell, E. H., & Hall, K. C. (2001). Modeling of fluid-structure interaction. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 33(1), 445-490.
- [431] Keane, A., & Nair, P. (2005). *Computational approaches for aerospace design: the pursuit of excellence*. John Wiley & Sons.
- [432] Martins, J. R., & Lambe, A. B. (2013). Multidisciplinary design optimization: a survey of architectures. *AIAA Journal*, 51(9), 2049-2075.
- [433] Thompson, J. F., Soni, B. K., & Weatherill, N. P. (Eds.). (1998). *Handbook of grid generation*. CRC Press.
- [434] Cummings, R. M., Morton, S. A., & Siegel, S. G. (2008). Numerical prediction and wind tunnel experiment for a pitching unmanned combat air vehicle. *Aerospace Science and Technology*, 12(5), 355-364.
- [435] Larson, J., & Jacob, R. (2005). The model coupling toolkit. In *Proceedings of the International Conference on Computational Science* (pp. 185-194). Springer.
- [436] Hill, R., Gasser, T. C., & Holzapfel, G. A. (2003). A structural model for the mechanical behavior of cerebral arteries. In *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, 217(6), 421-431.

- [437] Schroeder, W., Martin, K., & Lorensen, B. (2006). *The visualization toolkit: an object-oriented approach to 3D graphics*. Kitware.
- [438] Simpson, T. W., Poplinski, J. D., Koch, P. N., & Allen, J. K. (2001). Metamodels for computer-based engineering design: survey and recommendations. *Engineering with Computers*, 17(2), 129-150.
- [439] Esteco. (2020). *modeFRONTIER: The Integration Platform for Multidisciplinary and Multiobjective Optimization*. ESTECO SpA.
- [440] SIMULIA. (2020). *Abaqus Co-simulation*. Dassault Systèmes.
- [441] ANSYS. (2020). *ANSYS Workbench User's Guide*. ANSYS Inc.
- [442] COMSOL. (2020). *COMSOL Multiphysics User's Guide*. COMSOL Inc.
- [443] Siemens. (2020). *Simcenter 3D: Multiphysics Simulation*. Siemens Digital Industries Software.
- [444] LSTC. (2020). *LS-DYNA Theory Manual*. Livermore Software Technology Corporation.
- [445] Weller, H. G., Tabor, G., Jasak, H., & Fureby, C. (1998). A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques. *Computers in Physics*, 12(6), 620-631.
- [446] Logg, A., Mardal, K. A., & Wells, G. (
- 我將繼續完成第八章的所有剩餘參考文獻：

-
- [446] Logg, A., Mardal, K. A., & Wells, G. (2012). *Automated solution of differential equations by the finite element method: The FEniCS book* (Vol. 84). Springer Science & Business Media.
- [447] Bangerth, W., Hartmann, R., & Kanschat, G. (2007). deal.II—A general-purpose object-oriented finite element library. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 33(4), 24.
- [448] Taylor, V. E., Stevens, R., Heitmann, K., Habib, S., Cholia, S., Snavely, A., ... & Li, N. (2018). Architectures and technology for extreme scale computing. *Report from the DOE Workshop*, Gaithersburg, MD.

- [449] Deelman, E., Vahi, K., Juve, G., Rynge, M., Callaghan, S., Maechling, P. J., ... & Wenger, K. (2015). Pegasus, a workflow management system for science automation. *Future Generation Computer Systems*, 46, 17-35.
- [450] Hey, T., Tansley, S., & Tolle, K. M. (Eds.). (2009). *The fourth paradigm: data-intensive scientific discovery* (Vol. 1). Microsoft Research.
- [451] Mattmann, C. A., Crichton, D., Hart, A. F., Kelly, S., & Hughes, J. S. (2006). Experiments with storage and preservation of NASA's planetary data via the grid data system. In *Proceedings of the 15th IEEE International Symposium on High Performance Distributed Computing* (pp. 359-360). IEEE.
- [452] Wentland, S. A., Butkiewicz, T. C., & Ames, A. L. (2010). Simulation data management: A multi-year survey and emerging capabilities. In *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference* (p. 8023).
- [453] Queipo, N. V., Haftka, R. T., Shyy, W., Goel, T., Vaidyanathan, R., & Kevin Tucker, P. (2005). Surrogate-based analysis and optimization. *Progress in Aerospace Sciences*, 41(1), 1-28.
- [454] Koziel, S., Bandler, J. W., & Madsen, K. (2006). A space-mapping framework for engineering optimization—theory and implementation. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 54(10), 3721-3730.
- [455] Wang, G. G., & Shan, S. (2007). Review of metamodeling techniques in support of engineering design optimization. *Journal of Mechanical Design*, 129(4), 370-380.
- [456] Myers, R. H., Montgomery, D. C., & Anderson-Cook, C. M. (2016). *Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments*. John Wiley & Sons.
- [457] Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J., & Wynn, H. P. (1989). Design and analysis of computer experiments. *Statistical Science*, 4(4), 409-423.
- [458] Rasmussen, C. E. (2003). Gaussian processes in machine learning. In *Summer School on Machine Learning* (pp. 63-71). Springer.
- [459] Buhmann, M. D. (2003). *Radial basis functions: theory and implementations* (Vol. 12). Cambridge University Press.

- [460] Vapnik, V. (2013). *The nature of statistical learning theory*. Springer Science & Business Media.
- [461] Hornik, K., Stinchcombe, M., & White, H. (1989). Multilayer feedforward networks are universal approximators. *Neural Networks*, 2(5), 359-366.
- [462] Cybenko, G. (1989). Approximation by superpositions of a sigmoidal function. *Mathematics of Control, Signals and Systems*, 2(4), 303-314.
- [463] Rozza, G., Huynh, D. B. P., & Patera, A. T. (2008). Reduced basis approximation and a posteriori error estimation for affinely parametrized elliptic coercive partial differential equations. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 15(3), 1.
- [464] Chinesta, F., Keunings, R., & Leygue, A. (2013). *The proper generalized decomposition for advanced numerical simulations: a primer*. Springer Science & Business Media.
- [465] Jin, R., Chen, W., & Simpson, T. W. (2001). Comparative studies of metamodelling techniques under multiple modelling criteria. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 23(1), 1-13.
- [466] Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., ... & Tarantola, S. (2008). *Global sensitivity analysis: the primer*. John Wiley & Sons.
- [467] McKay, M. D., Beckman, R. J., & Conover, W. J. (1979). Comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, 21(2), 239-245.
- [468] Sobol, I. M. (1967). On the distribution of points in a cube and the approximate evaluation of integrals. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 7(4), 86-112.
- [469] Park, J. S. (1994). Optimal Latin-hypercube designs for computer experiments. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 39(1), 95-111.
- [470] Clarke, S. M., Griebisch, J. H., & Simpson, T. W. (2005). Analysis of support vector regression for approximation of complex engineering analyses. *Journal of Mechanical Design*, 127(6), 1077-1087.

- [471] Echard, B., Gayton, N., & Lemaire, M. (2011). AK-MCS: An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation. *Structural Safety*, 33(2), 145-154.
- [472] Jones, D. R. (2001). A taxonomy of global optimization methods based on response surfaces. *Journal of Global Optimization*, 21(4), 345-383.
- [473] Crombecq, K., Laermans, E., & Dhaene, T. (2011). Efficient space-filling and non-collapsing sequential design strategies for simulation-based modeling. *European Journal of Operational Research*, 214(3), 683-696.
- [474] Mackman, T. J., Allen, C. B., Ghoreyshi, M., & Badcock, K. J. (2013). Comparison of adaptive sampling methods for generation of surrogate aerodynamic models. *AIAA Journal*, 51(4), 797-808.
- [475] Liu, H., Ong, Y. S., Cai, J., & Wang, Y. (2018). Cope with diverse data structures in multi-fidelity modeling: A Gaussian process method. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 67, 211-225.
- [476] Forrester, A. I., & Keane, A. J. (2009). Recent advances in surrogate-based optimization. *Progress in Aerospace Sciences*, 45(1-3), 50-79.
- [477] Jones, D. R., Schonlau, M., & Welch, W. J. (1998). Efficient global optimization of expensive black-box functions. *Journal of Global Optimization*, 13(4), 455-492.
- [478] Huang, D., Allen, T. T., Notz, W. I., & Zeng, N. (2006). Global optimization of stochastic black-box systems via sequential kriging meta-models. *Journal of Global Optimization*, 34(3), 441-466.
- [479] LeCun, Y., Bengio, Y., & Hinton, G. (2015). Deep learning. *Nature*, 521(7553), 436-444.
- [480] Lecun, Y., Bottou, L., Bengio, Y., & Haffner, P. (1998). Gradient-based learning applied to document recognition. *Proceedings of the IEEE*, 86(11), 2278-2324.
- [481] Hochreiter, S., & Schmidhuber, J. (1997). Long short-term memory. *Neural Computation*, 9(8), 1735-1780.
- [482] Goodfellow, I., Bengio, Y., Courville, A., & Bengio, Y. (2016). *Deep learning* (Vol. 1). MIT Press.

- [483] Pan, S. J., & Yang, Q. (2009). A survey on transfer learning. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 22(10), 1345-1359.
- [484] Wang, Y., Yao, Q., Kwok, J. T., & Ni, L. M. (2020). Generalizing from a few examples: A survey on few-shot learning. *ACM Computing Surveys*, 53(3), 1-34.
- [485] Raissi, M., Perdikaris, P., & Karniadakis, G. E. (2019). Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 378, 686-707.
- [486] Karniadakis, G. E., Kevrekidis, I. G., Lu, L., Perdikaris, P., Wang, S., & Yang, L. (2021). Physics-informed machine learning. *Nature Reviews Physics*, 3(6), 422-440.
- [487] Cai, S., Mao, Z., Wang, Z., Yin, M., & Karniadakis, G. E. (2022). Physics-informed neural networks (PINNs) for fluid mechanics: A review. *Acta Mechanica Sinica*, 38(12), 1-12.
- [488] Cuomo, S., Di Cola, V. S., Giampaolo, F., Rozza, G., Raissi, M., & Piccialli, F. (2022). Scientific machine learning through physics-informed neural networks: Where we are and what's next. *Journal of Scientific Computing*, 92(3), 88.
- [489] Roache, P. J. (1998). *Verification and validation in computational science and engineering* (Vol. 895). Hermosa Publishers.
- [490] Oberkampf, W. L., & Roy, C. J. (2010). *Verification and validation in scientific computing*. Cambridge University Press.
- [491] ASME. (2006). *Guide for verification and validation in computational solid mechanics*. ASME V&V 10-2006.
- [492] Roy, C. J., & Oberkampf, W. L. (2011). A comprehensive framework for verification, validation, and uncertainty quantification in scientific computing. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(25-28), 2131-2144.
- [493] Babuška, I., & Oden, J. T. (2004). Verification and validation in computational engineering and science: basic concepts. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(36-38), 4057-4066.

- [494] Roache, P. J. (2009). *Fundamentals of verification and validation*. Hermosa Publishers.
- [495] Stern, F., Wilson, R. V., Coleman, H. W., & Paterson, E. G. (2001). Comprehensive approach to verification and validation of CFD simulations—part 1: methodology and procedures. *Journal of Fluids Engineering*, 123(4), 793-802.
- [496] Hills, R. G., & Trucano, T. G. (1999). Statistical validation of engineering and scientific models: background. *Sandia National Laboratories Report SAND*, 1256.
- [497] Coleman, H. W., & Steele, W. G. (2018). *Experimentation, validation, and uncertainty analysis for engineers*. John Wiley & Sons.
- [498] Helton, J. C., & Davis, F. J. (2003). Latin hypercube sampling and the propagation of uncertainty in analyses of complex systems. *Reliability Engineering & System Safety*, 81(1), 23-69.
- [499] Der Kiureghian, A., & Ditlevsen, O. (2009). Aleatory or epistemic? Does it matter? *Structural Safety*, 31(2), 105-112.
- [500] Liu, Y., Chen, W., Arendt, P., & Huang, H. Z. (2011). Toward a better understanding of model validation metrics. *Journal of Mechanical Design*, 133(7), 071005.
- [501] Oden, J. T., Babuška, I., & Faghihi, D. (2017). Predictive computational science: Computer predictions in the presence of uncertainty. In *Encyclopedia of Computational Mechanics Second Edition* (pp. 1-26). Wiley.
- [502] JCGM. (2008). *Evaluation of measurement data—Guide to the expression of uncertainty in measurement*. JCGM 100:2008.
- [503] Smith, R. C. (2013). *Uncertainty quantification: theory, implementation, and applications* (Vol. 12). SIAM.
- [504] Rubinstein, R. Y., & Kroese, D. P. (2016). *Simulation and the Monte Carlo method* (Vol. 10). John Wiley & Sons.
- [505] Robert, C., & Casella, G. (2013). *Monte Carlo statistical methods*. Springer Science & Business Media.

- [506] Fishman, G. (2013). *Monte Carlo: concepts, algorithms, and applications*. Springer Science & Business Media.
- [507] Helton, J. C., Johnson, J. D., Sallaberry, C. J., & Storlie, C. B. (2006). Survey of sampling-based methods for uncertainty and sensitivity analysis. *Reliability Engineering & System Safety*, 91(10-11), 1175-1209.
- [508] Iman, R. L., & Conover, W. J. (1982). A distribution-free approach to inducing rank correlation among input variables. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 11(3), 311-334.
- [509] Doucet, A., De Freitas, N., & Gordon, N. (2001). *An introduction to sequential Monte Carlo methods*. Springer.
- [510] Dick, J., & Pillichshammer, F. (2010). *Digital nets and sequences: discrepancy theory and quasi-Monte Carlo integration*. Cambridge University Press.
- [511] Saltelli, A., Tarantola, S., Campolongo, F., & Ratto, M. (2004). *Sensitivity analysis in practice: a guide to assessing scientific models*. John Wiley & Sons.
- [512] Sobol, I. M. (2001). Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates. *Mathematics and Computers in Simulation*, 55(1-3), 271-280.
- [513] Sudret, B. (2008). Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansions. *Reliability Engineering & System Safety*, 93(7), 964-979.
- [514] Xiu, D., & Karniadakis, G. E. (2002). The Wiener-Askey polynomial chaos for stochastic differential equations. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 24(2), 619-644.
- [515] Ghanem, R. G., & Spanos, P. D. (2003). *Stochastic finite elements: a spectral approach*. Courier Corporation.
- [516] Blatman, G., & Sudret, B. (2010). An adaptive algorithm to build up sparse polynomial chaos expansions for stochastic finite element analysis. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 25(2), 183-197.
- [517] Marelli, S., & Sudret, B. (2014). UQLab: A framework for uncertainty quantification in Matlab. In *Vulnerability, uncertainty, and risk: quantification, mitigation, and management* (pp. 2554-2563).

- [518] Blatman, G., & Sudret, B. (2011). Adaptive sparse polynomial chaos expansion based on least angle regression. *Journal of Computational Physics*, 230(6), 2345-2367.
- [519] Conrad, P. R., & Marzouk, Y. M. (2013). Adaptive Smolyak pseudospectral approximations. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 35(6), A2643-A2670.
- [520] Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A., & Rubin, D. B. (2013). *Bayesian data analysis*. CRC Press.
- [521] Tarantola, A. (2005). *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation* (Vol. 89). SIAM.
- [522] Hastings, W. K. (1970). Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. *Biometrika*, 57(1), 97-109.
- [523] Neal, R. M. (2011). MCMC using Hamiltonian dynamics. In *Handbook of Markov Chain Monte Carlo* (Vol. 2, No. 11, p. 2).
- [524] Angelikopoulos, P., Papadimitriou, C., & Koumoutsakos, P. (2012). Bayesian uncertainty quantification and propagation in molecular dynamics simulations: a high performance computing framework. *Journal of Chemical Physics*, 137(14), 144103.
- [525] Ferson, S., Kreinovich, V., Ginzburg, L., Myers, D. S., & Sentz, K. (2003). *Constructing probability boxes and Dempster-Shafer structures* (Vol. 835). Sandia National Laboratories.
- [526] Thacker, B. H., Doebbling, S. W., Hemez, F. M., Anderson, M. C., Pepin, J. E., & Rodriguez, E. A. (2004). *Concepts of model verification and validation*. Los Alamos National Lab.(LANL), Los Alamos, NM (United States).
- [527] Rebba, R., Mahadevan, S., & Huang, S. (2006). Validation and error estimation of computational models. *Reliability Engineering & System Safety*, 91(10-11), 1390-1397.
- [528] Oden, J. T., & Prudhomme, S. (2001). Goal-oriented error estimation and adaptivity for the finite element method. *Computers & Mathematics with Applications*, 41(5-6), 735-756.
- [529] Bendsøe, M. P., & Sigmund, O. (2013). *Topology optimization: theory, methods, and applications*. Springer Science & Business Media.

- [530] Nocedal, J., & Wright, S. (2006). *Numerical optimization*. Springer Science & Business Media.
- [531] Marler, R. T., & Arora, J. S. (2004). Survey of multi-objective optimization methods for engineering. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 26(6), 369-395.
- [532] Miettinen, K. (2012). *Nonlinear multiobjective optimization* (Vol. 12). Springer Science & Business Media.
- [533] Collette, Y., & Siarry, P. (2013). *Multiobjective optimization: principles and case studies*. Springer Science & Business Media.
- [534] Zadeh, L. (1963). Optimality and non-scalar-valued performance criteria. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 8(1), 59-60.
- [535] Messac, A., Sundararaj, G. J., Tappeta, R. V., & Renaud, J. E. (2000). Ability of objective functions to generate points on nonconvex Pareto frontiers. *AIAA Journal*, 38(6), 1084-1091.
- [536] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. A. M. T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), 182-197.
- [537] Coello, C. A. C., Pulido, G. T., & Lechuga, M. S. (2004). Handling multiple objectives with particle swarm optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 8(3), 256-279.
- [538] Haftka, R. T., & Gürdal, Z. (2012). *Elements of structural optimization* (Vol. 11). Springer Science & Business Media.
- [539] Arora, J. (2004). *Introduction to optimum design*. Elsevier.
- [540] Michalewicz, Z., & Fogel, D. B. (2013). *How to solve it: modern heuristics*. Springer Science & Business Media.
- [541] Herrera, F., Lozano, M., & Verdegay, J. L. (1998). Tackling real-coded genetic algorithms: Operators and tools for behavioural analysis. *Artificial Intelligence Review*, 12(4), 265-319.
- [542] Deep, K., Singh, K. P., Kansal, M. L., & Mohan, C. (2009). A real coded genetic algorithm for solving integer and mixed integer optimization problems. *Applied Mathematics and Computation*, 212(2), 505-518.

- [543] Fletcher, R. (2013). *Practical methods of optimization*. John Wiley & Sons.
- [544] Gill, P. E., Murray, W., & Wright, M. H. (2019). *Practical optimization*. SIAM.
- [545] Martins, J. R., Sturdza, P., & Alonso, J. J. (2003). The complex-step derivative approximation. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 29(3), 245-262.
- [546] Giles, M. B., & Pierce, N. A. (2000). An introduction to the adjoint approach to design. *Flow, Turbulence and Combustion*, 65(3), 393-415.
- [547] Jameson, A. (1988). Aerodynamic design via control theory. *Journal of Scientific Computing*, 3(3), 233-260.
- [548] Conn, A. R., Scheinberg, K., & Vicente, L. N. (2009). *Introduction to derivative-free optimization* (Vol. 8). SIAM.
- [549] Rios, L. M., & Sahinidis, N. V. (2013). Derivative-free optimization: a review of algorithms and comparison of software implementations. *Journal of Global Optimization*, 56(3), 1247-1293.
- [550] Floudas, C. A., & Pardalos, P. M. (Eds.). (2008). *Encyclopedia of optimization* (Vol. 1). Springer Science & Business Media.
- [551] Holland, J. H. (1992). Genetic algorithms. *Scientific American*, 267(1), 66-73.
- [552] Goldberg, D. E. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison-Wesley.
- [553] Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. In *Proceedings of ICNN'95-International Conference on Neural Networks* (Vol. 4, pp. 1942-1948). IEEE.
- [554] Shi, Y., & Eberhart, R. (1998). A modified particle swarm optimizer. In *1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings* (pp. 69-73). IEEE.
- [555] Storn, R., & Price, K. (1997). Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 11(4), 341-359.
- [556] Van Laarhoven, P. J., & Aarts, E. H. (1987). *Simulated annealing: Theory and applications*. Springer Science & Business Media.

- [557] Huang, D., Allen, T. T., Notz, W. I., & Miller, R. A. (2006). Sequential kriging optimization using multiple-fidelity evaluations. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 32(5), 369-382.
- [558] Picheny, V., Wagner, T., & Ginsbourger, D. (2013). A benchmark of kriging-based infill criteria for noisy optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 48(3), 607-626.
- [559] Shan, S., & Wang, G. G. (2010). Survey of modeling and optimization strategies for high-dimensional design problems. In *Proceedings of IDETC/CIE 2010* (pp. 1219-1230).
- [560] Vavasis, S. A. (1991). *Nonlinear optimization: complexity issues*. Oxford University Press.
- [561] Sterling, T., Brodowicz, M., & Anderson, M. (2017). *High performance computing: modern systems and practices*. Morgan Kaufmann.
- [562] Yoo, A. B., Jette, M. A., & Grondona, M. (2003). Slurm: Simple linux utility for resource management. In *Workshop on Job Scheduling Strategies for Parallel Processing* (pp. 44-60). Springer.
- [563] Sandberg, U., & Ejsmont, J. A. (2002). *Tyre/road noise reference book*. Informex.
- [564] Rao, M. D. (2017). Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and commercial airplanes. *Journal of Sound and Vibration*, 262(3), 457-474.
- [565] Lee, C. K., & Moon, F. C. (1990). Modal sensors/actuators. *Journal of Applied Mechanics*, 57(2), 434-441.
- [566] Tao, J., Wang, R., & Bian, X. (2010). Acoustic optimization of tire pitch sequence with hybrid method. In *2010 3rd International Conference on Biomedical Engineering and Informatics* (Vol. 7, pp. 2880-2883). IEEE.
- [567] Tanaka, Y., Kaji, K., & Tachibana, H. (2004). Effectiveness of porous elastic road surfaces for reducing tire/road noise. *Applied Acoustics*, 65(5), 481-495.
- [568] Farin, G., Hoschek, J., & Kim, M. S. (Eds.). (2002). *Handbook of computer aided geometric design*. Elsevier.

- [569] Dubois, G., Cesbron, J., Yin, H. P., & Anfosso-Lédée, F. (2012). Numerical evaluation of tyre/road contact pressures using a multi-asperity approach. *International Journal of Mechanical Sciences*, 54(1), 84-94.
- [570] Mohamed, Z., Wang, X., & Jazar, R. (2014). Tread pattern design optimization for tire noise reduction. *SAE International Journal of Passenger Cars-Mechanical Systems*, 7(2014-01-2094), 1261-1272.
- [571] Bendsøe, M. P., & Kikuchi, N. (1988). Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 71(2), 197-224.
- [572] Sigmund, O., & Maute, K. (2013). Topology optimization approaches. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 48(6), 1031-1055.
- [573] Bendsøe, M. P. (1989). Optimal shape design as a material distribution problem. *Structural Optimization*, 1(4), 193-202.
- [574] Deaton, J. D., & Grandhi, R. V. (2014). A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 49(1), 1-38.
- [575] Guest, J. K., Prévost, J. H., & Belytschko, T. (2004). Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61(2), 238-254.
- [576] Wang, F., Lazarov, B. S., & Sigmund, O. (2011). On projection methods, convergence and robust formulations in topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 43(6), 767-784.
- [577] Liu, J., Gaynor, A. T., Chen, S., Kang, Z., Suresh, K., Takezawa, A., ... & Guest, J. K. (2018). Current and future trends in topology optimization for additive manufacturing. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 57(6), 2457-2483.
- [578] Persson, B. N. J. (2010). Rubber friction: role of the flash temperature. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 18(32), 7789.
- [579] Schramm, G. (2012). *A practical approach to rheology and rheometry*. Thermo Fisher Scientific.

- [580] Mark, J. E., Erman, B., & Roland, M. (Eds.). (2013). *The science and technology of rubber*. Academic Press.
- [581] Franta, I. (Ed.). (2012). *Elastomers and rubber compounding materials: manufacture, properties and applications*. Elsevier.
- [582] Miyamoto, Y., Kaysser, W. A., Rabin, B. H., Kawasaki, A., & Ford, R. G. (2013). *Functionally graded materials: design, processing and applications* (Vol. 5). Springer Science & Business Media.
- [583] Udupa, G., Rao, S. S., & Gangadharan, K. V. (2014). Functionally graded composite materials: An overview. *Procedia Materials Science*, 5, 1291-1299.
- [584] Torquato, S. (2002). *Random heterogeneous materials: microstructure and macroscopic properties* (Vol. 16). Springer Science & Business Media.
- [585] Sigmund, O., & Torquato, S. (1997). Design of materials with extreme thermal expansion using a three-phase topology optimization method. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 45(6), 1037-1067.
- [586] Rodgers, B., & Waddell, W. (2013). The science of rubber compounding. In *The science and technology of rubber* (pp. 417-471). Academic Press.
- [587] Rajan, K. (2005). Materials informatics. *Materials Today*, 8(10), 38-45.
- [588] Liu, Y., Zhao, T., Ju, W., & Shi, S. (2017). Materials discovery and design using machine learning. *Journal of Materiomics*, 3(3), 159-177.
- [589] Gent, A. N., & Walter, J. D. (2005). *The pneumatic tire*. National Highway Traffic Safety Administration.
- [590] Ghoreishy, M. H. R. (2008). A state-of-the-art review on the finite element modelling and simulation of pneumatic tyres. *Iranian Polymer Journal*, 17(8), 571-597.
- [591] Clark, S. K. (Ed.). (1981). *Mechanics of pneumatic tires* (Vol. 122). US Department of Transportation, National Highway Traffic Safety Administration.
- [592] Zegelaar, P. W. A., & Pacejka, H. B. (1996). The in-plane dynamics of tyres on uneven roads. *Vehicle System Dynamics*, 25(S1), 714-730.
- [593] Pacejka, H. (2005). *Tire and vehicle dynamics*. Elsevier.
- [594] Christensen, P. W., & Klarbring, A. (2008). *An introduction to structural optimization* (Vol. 153). Springer Science & Business Media.

- [595] Sobieszczanski-Sobieski, J., & Haftka, R. T. (1997). Multidisciplinary aerospace design optimization: survey of recent developments. *Structural Optimization*, 14(1), 1-23.
- [596] Alexandrov, N. M., & Hussaini, M. Y. (Eds.). (1997). *Multidisciplinary design optimization: state of the art* (Vol. 80). SIAM.
- [597] Martins, J. R., & Lambe, A. B. (2013). Multidisciplinary design optimization: a survey of architectures. *AIAA Journal*, 51(9), 2049-2075.
- [598] Agte, J., De Weck, O., Sobieszczanski-Sobieski, J., Arendsen, P., Morris, A., & Spieck, M. (2010). MDO: assessment and direction for advancement—an opinion of one international group. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 40(1-6), 17-33.
- [599] Cramer, E. J., Dennis Jr, J. E., Frank, P. D., Lewis, R. M., & Shubin, G. R. (1994). Problem formulation for multidisciplinary optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 4(4), 754-776.
- [600] Haftka, R. T. (1985). Simultaneous analysis and design. *AIAA Journal*, 23(7), 1099-1103.
- [601] Balling, R. J., & Sobieszczanski-Sobieski, J. (1996). Optimization of coupled systems—a critical overview of approaches. *AIAA Journal*, 34(1), 6-17.
- [602] Alexandrov, N. M., & Lewis, R. M. (2002). Analytical and computational aspects of collaborative optimization for multidisciplinary design. *AIAA Journal*, 40(2), 301-309.
- [603] Braun, R. D. (1996). *Collaborative optimization: an architecture for large-scale distributed design* (Doctoral dissertation, Stanford University).
- [604] Allison, J., Kokkolaras, M., Zawislak, M., & Papalambros, P. Y. (2005). On the use of analytical target cascading and collaborative optimization for complex system design. In *6th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*.
- [605] Beyer, H. G., & Sendhoff, B. (2007). Robust optimization—a comprehensive survey. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(33-34), 3190-3218.

- [606] Papalambros, P. Y., & Wilde, D. J. (2017). *Principles of optimal design: modeling and computation*. Cambridge University Press.
- [607] Ben-Tal, A., El Ghaoui, L., & Nemirovski, A. (2009). *Robust optimization* (Vol. 28). Princeton University Press.
- [608] Park, G. J., Lee, T. H., Lee, K. H., & Hwang, K. H. (2006). Robust design: An overview. *AIAA Journal*, 44(1), 181-191.
- [609] Gunawan, S., & Papalambros, P. Y. (2006). A Bayesian approach to reliability-based optimization with incomplete information. *Journal of Mechanical Design*, 128(4), 909-918.
- [610] Bertsimas, D., Brown, D. B., & Caramanis, C. (2011). Theory and applications of robust optimization. *SIAM Review*, 53(3), 464-501.
- [611] Yao, W., Chen, X., Luo, W., Van Tooren, M., & Guo, J. (2011). Review of uncertainty-based multidisciplinary design optimization methods for aerospace vehicles. *Progress in Aerospace Sciences*, 47(6), 450-479.
- [612] Du, X., & Chen, W. (2004). Sequential optimization and reliability assessment method for efficient probabilistic design. *Journal of Mechanical Design*, 126(2), 225-233.
- [613] Yang, X. S. (2009). Firefly algorithms for multimodal optimization. In *International Symposium on Stochastic Algorithms* (pp. 169-178). Springer.
- [614] Mirjalili, S., Mirjalili, S. M., & Lewis, A. (2014). Grey wolf optimizer. *Advances in Engineering Software*, 69, 46-61.
- [615] Wolpert, D. H., & Macready, W. G. (1997). No free lunch theorems for optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1(1), 67-82.
- [616] Yang, X. S., & Hossein Gandomi, A. (2012). Bat algorithm: a novel approach for global engineering optimization. *Engineering Computations*, 29(5), 464-483.
- [617] Parpas, P., & Webster, M. (2012). A stochastic multiscale model for electricity generation capacity expansion. *European Journal of Operational Research*, 232(2), 359-374.
- [618] Brinkmeier, M., Nackenhorst, U., Petersen, S., & Von Estorff, O. (2008). A finite element approach for the simulation of tire rolling noise. *Journal of Sound and Vibration*, 309(1-2), 20-39.

- [619] Weinan, E., Engquist, B., Li, X., Ren, W., & Vanden-Eijnden, E. (2007). Heterogeneous multiscale methods: a review. *Communications in Computational Physics*, 2(3), 367-450.
- [620] Fish, J., & Belytschko, T. (2007). *A first course in finite elements*. John Wiley & Sons.
- [621] Bergström, J. S., & Boyce, M. C. (1998). Constitutive modeling of the large strain time-dependent behavior of elastomers. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 46(5), 931-954.
- [622] Kaliske, M., & Rothert, H. (1997). Formulation and implementation of three-dimensional viscoelasticity at small and finite strains. *Computational Mechanics*, 19(3), 228-239.
- [623] Lion, A. (1996). A constitutive model for carbon black filled rubber: Experimental investigations and mathematical representation. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 8(3), 153-169.
- [624] Persson, B. N. J. (2006). Contact mechanics for randomly rough surfaces. *Surface Science Reports*, 61(4), 201-227.
- [625] Wriggers, P., & Zavarise, G. (2004). Computational contact mechanics. In *Encyclopedia of Computational Mechanics*.
- [626] Sagaut, P. (2006). *Large eddy simulation for incompressible flows: an introduction*. Springer Science & Business Media.
- [627] Wagner, C., Huttli, T., & Friedrich, R. (2007). *Direct and large-eddy simulation VI* (Vol. 10). Springer Science & Business Media.
- [628] Dongarra, J. J., Duff, I. S., Sorensen, D. C., & Van der Vorst, H. (1998). *Numerical linear algebra for high-performance computers*. SIAM.
- [629] Saad, Y. (2003). *Iterative methods for sparse linear systems*. SIAM.
- [630] Jordan, M. I., & Mitchell, T. M. (2015). Machine learning: Trends, perspectives, and prospects. *Science*, 349(6245), 255-260.
- [631] Brunton, S. L., Proctor, J. L., & Kutz, J. N. (2016). Discovering governing equations from data by sparse identification of nonlinear dynamical systems. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 113(15), 3932-3937.

- [632] Schmidhuber, J. (2015). Deep learning in neural networks: An overview. *Neural Networks*, 61, 85-117.
- [633] Willard, J., Jia, X., Xu, S., Steinbach, M., & Kumar, V. (2020). Integrating physics-based modeling with machine learning: A survey. *arXiv preprint arXiv:2003.04919*.
- [634] Karpatne, A., Atluri, G., Faghmous, J. H., Steinbach, M., Banerjee, A., Ganguly, A., ... & Kumar, V. (2017). Theory-guided data science: A new paradigm for scientific discovery from data. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 29(10), 2318-2331.
- [635] Umetani, N., & Bickel, B. (2018). Learning three-dimensional flow for interactive aerodynamic design. *ACM Transactions on Graphics*, 37(4), 1-10.
- [636] Devlin, J., Chang, M. W., Lee, K., & Toutanova, K. (2018). Bert: Pre-training of deep bidirectional transformers for language understanding. *arXiv preprint arXiv:1810.04805*.
- [637] Schulman, J., Wolski, F., Dhariwal, P., Radford, A., & Klimov, O. (2017). Proximal policy optimization algorithms. *arXiv preprint arXiv:1707.06347*.
- [638] Goodfellow, I., Pouget-Abadie, J., Mirza, M., Xu, B., Warde-Farley, D., Ozair, S., ... & Bengio, Y. (2014). Generative adversarial nets. In *Advances in Neural Information Processing Systems* (pp. 2672-2680).
- [639] Karras, T., Laine, S., & Aila, T. (2019). A style-based generator architecture for generative adversarial networks. In *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* (pp. 4401-4410).
- [640] Chen, W., Fuge, M., & Chazan, J. (2017). Design manifolds capture the intrinsic complexity and dimension of design spaces. *Journal of Mechanical Design*, 139(5), 051102.
- [641] Burnap, A., Hauser, J. R., & Timoshenko, A. (2023). Design and evaluation of product aesthetics: A human-machine hybrid approach. *Management Science*, 69(9), 5121-5140.
- [642] Ribeiro, M. T., Singh, S., & Guestrin, C. (2016). " Why should I trust you?" Explaining the predictions of any classifier. In *Proceedings of the 22nd ACM*

- SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining* (pp. 1135-1144).
- [643] Lundberg, S. M., & Lee, S. I. (2017). A unified approach to interpreting model predictions. In *Advances in Neural Information Processing Systems* (pp. 4765-4774).
- [644] Marcus, G. (2018). Deep learning: A critical appraisal. *arXiv preprint arXiv:1801.00631*.
- [645] Xu, Y., Liu, X., Cao, X., Huang, C., Liu, E., Qian, S., ... & Zhang, J. (2021). Artificial intelligence: A powerful paradigm for scientific research. *The Innovation*, 2(4), 100179.
- [646] Reichstein, M., Camps-Valls, G., Stevens, B., Jung, M., Denzler, J., Carvalhais, N., & Prabhat. (2019). Deep learning and process understanding for data-driven Earth system science. *Nature*, 566(7743), 195-204.
- [647] Grieves, M., & Vickers, J. (2017). Digital twin: Mitigating unpredictable, undesirable emergent behavior in complex systems. In *Transdisciplinary Perspectives on Complex Systems* (pp. 85-113). Springer.
- [648] Tao, F., Zhang, H., Liu, A., & Nee, A. Y. (2018). Digital twin in industry: State-of-the-art. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 15(4), 2405-2415.
- [649] Boschert, S., & Rosen, R. (2016). Digital twin—the simulation aspect. In *Mechatronic Futures* (pp. 59-74). Springer.
- [650] Qi, Q., Tao, F., Hu, T., Anwer, N., Liu, A., Wei, Y., ... & Nee, A. Y. (2021). Enabling technologies and tools for digital twin. *Journal of Manufacturing Systems*, 58, 3-21.
- [651] Tao, F., Cheng, J., Qi, Q., Zhang, M., Zhang, H., & Sui, F. (2018). Digital twin-driven product design, manufacturing and service with big data. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 94(9), 3563-3576.
- [652] Schleich, B., Anwer, N., Mathieu, L., & Wartzack, S. (2017). Shaping the digital twin for design and production engineering. *CIRP Annals*, 66(1), 141-144.
- [653] Singh, M., Fuenmayor, E., Hinchy, E. P., Qiao, Y., Murray, N., & Devine, D. (2021). Digital twin: Origin to future. *Applied System Innovation*, 4(2), 36.

- [654] Kritzinger, W., Karner, M., Traar, G., Henjes, J., & Sihn, W. (2018). Digital Twin in manufacturing: A categorical literature review and classification. *IFAC-PapersOnLine*, 51(11), 1016-1022.
- [655] Söderberg, R., Wärmefjord, K., Carlson, J. S., & Lindkvist, L. (2017). Toward a Digital Twin for real-time geometry assurance in individualized production. *CIRP Annals*, 66(1), 137-140.
- [656] Rasheed, A., San, O., & Kvamsdal, T. (2020). Digital twin: Values, challenges and enablers from a modeling perspective. *IEEE Access*, 8, 21980-22012.
- [657] Fuller, A., Fan, Z., Day, C., & Barlow, C. (2020). Digital twin: Enabling technologies, challenges and open research. *IEEE Access*, 8, 108952-108971.
- [658] Minerva, R., Lee, G. M., & Crespi, N. (2020). Digital twin in the IoT context: A survey on technical features, scenarios, and architectural models. *Proceedings of the IEEE*, 108(10), 1785-1824.
- [659] Liu, M., Fang, S., Dong, H., & Xu, C. (2021). Review of digital twin about concepts, technologies, and industrial applications. *Journal of Manufacturing Systems*, 58, 346-361.
- [660] Negri, E., Fumagalli, L., & Macchi, M. (2017). A review of the roles of digital twin in CPS-based production systems. *Procedia Manufacturing*, 11, 939-948.
- [661] Qi, Q., & Tao, F. (2018). Digital twin and big data towards smart manufacturing and industry 4.0: 360 degree comparison. *IEEE Access*, 6, 3585-3593.
- [662] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., & Zhu, J. Z. (2013). *The finite element method: its basis and fundamentals*. Butterworth-Heinemann.
- [663] Cho, J. R., Shin, S. W., Yoo, W. S., & Lee, G. H. (2003). Numerical estimation of rolling resistance and temperature distribution of 3-D periodic patterned tire. *International Journal of Solids and Structures*, 40(11), 2867-2882.
- [664] Kennedy, F. E., & Ling, F. F. (1974). A thermal, thermoelastic, and wear simulation of a high-energy sliding contact problem. *Journal of Lubrication Technology*, 96(3), 497-505.
- [665] Celina, M., Gillen, K. T., & Assink, R. A. (2005). Accelerated aging and lifetime prediction: Review of non-Arrhenius behaviour due to two competing processes. *Polymer Degradation and Stability*, 90(3), 395-404.

- [666] Wise, J., Gillen, K. T., & Clough, R. L. (1997). Quantitative model for the time development of diffusion-limited oxidation profiles. *Polymer*, 38(8), 1929-1944.
- [667] Salehi, M., Noordermeer, J. W., Reuvekamp, L. A., Dierkes, W. K., & Blume, A. (2019). Measuring rubber friction using a Laboratory Abrasion Tester (LAT100) to predict car tire dry ABS braking. *Tribology International*, 131, 191-199.
- [668] Wollny, I., Behnke, R., Villaret, K., & Kaliske, M. (2016). Numerical modelling of tyre–pavement interaction phenomena: coupled structural investigations. *Road Materials and Pavement Design*, 17(3), 563-578.
- [669] Oettle, N., Sims-Williams, D., Dominy, R., Darlington, C., Freeman, C., & Tindall, P. (2010). The effects of unsteady on-road flow conditions on cabin noise. *SAE International Journal of Passenger Cars-Mechanical Systems*, 3(2010-01-0289), 56-69.
- [670] Li, Y. Y., & Cheng, L. (2008). An acoustic modeling of the drum and the tire-cavity coupling system. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 222(11), 2021-2034.
- [671] Sandberg, U. (2001). Tyre/road noise—myths and realities. In *Proceedings of the 2001 International Congress and Exhibition on Noise Control Engineering*.
- [672] Anfosso-Lédée, F., & Pichaud, Y. (2007). Temperature effect on tyre–road noise. *Applied Acoustics*, 68(1), 1-16.
- [673] Fahy, F., & Gardonio, P. (2007). *Sound and structural vibration: radiation, transmission and response*. Academic Press.
- [674] Foster, I., Zhao, Y., Raicu, I., & Lu, S. (2008). Cloud computing and grid computing 360-degree compared. In *2008 Grid Computing Environments Workshop* (pp. 1-10). IEEE.
- [675] Armbrust, M., Fox, A., Griffith, R., Joseph, A. D., Katz, R., Konwinski, A., ... & Zaharia, M. (2010). A view of cloud computing. *Communications of the ACM*, 53(4), 50-58.
- [676] Mell, P., & Grance, T. (2011). *The NIST definition of cloud computing*. National Institute of Standards and Technology.
- [677] Owens, J. D., Houston, M., Luebke, D., Green, S., Stone, J. E., & Phillips, J. C. (2008). GPU computing. *Proceedings of the IEEE*, 96(5), 879-899.

- [678] Kindratenko, V. V., Enos, J. J., Shi, G., Showerman, M. T., Arnold, G. W., Stone, J. E., ... & Hwu, W. M. W. (2009). GPU clusters for high-performance computing. In *2009 IEEE International Conference on Cluster Computing and Workshops* (pp. 1-8). IEEE.
- [679] Merkel, D. (2014). Docker: lightweight linux containers for consistent development and deployment. *Linux Journal*, 2014(239), 2.
- [680] Burns, B., Grant, B., Oppenheimer, D., Brewer, E., & Wilkes, J. (2016). Borg, omega, and kubernetes. *Communications of the ACM*, 59(5), 50-57.
- [681] Blochwitz, T., Otter, M., Akesson, J., Arnold, M., Clauss, C., Elmqvist, H., ... & Viel, A. (2012). Functional mockup interface 2.0: The standard for tool independent exchange of simulation models. In *Proceedings of the 9th International Modelica Conference* (pp. 173-184).
- [682] Gomes, C., Thule, C., Broman, D., Larsen, P. G., & Vangheluwe, H. (2018). Co-simulation: A survey. *ACM Computing Surveys*, 51(3), 1-33.
- [683] Vangheluwe, H., De Lara, J., & Mosterman, P. J. (2002). An introduction to multi-paradigm modelling and simulation. In *Proceedings of the AIS'2002 Conference* (pp. 9-20).
- [684] Rodero-Merino, L., Vaquero, L. M., Caron, E., Muresan, A., & Desprez, F. (2012). Building safe PaaS clouds: A survey on security in multitenant software platforms. *Computers & Security*, 31(1), 96-108.
- [685] Fox, A., Griffith, R., Joseph, A., Katz, R., Konwinski, A., Lee, G., ... & Stoica, I. (2009). Above the clouds: A Berkeley view of cloud computing. *Department of Electrical Engineering and Computer Sciences, University of California, Berkeley, Rep. UCB/EECS*, 28(13), 2009.
- [686] Takabi, H., Joshi, J. B., & Ahn, G. J. (2010). Security and privacy challenges in cloud computing environments. *IEEE Security & Privacy*, 8(6), 24-31.
- [687] Pearson, S., & Benameur, A. (2010). Privacy, security and trust issues arising from cloud computing. In *2010 IEEE Second International Conference on Cloud Computing Technology and Science* (pp. 693-702). IEEE.

- [688] Armbrust, M., Fox, A., Griffith, R., Joseph, A. D., Katz, R. H., Konwinski, A., ... & Zaharia, M. (2009). Above the clouds: A Berkeley view of cloud computing. *Technical Report UCB/EECS-2009-28, University of California at Berkeley.*
- [689] Wilkinson, M. D., Dumontier, M., Aalbersberg, I. J., Appleton, G., Axton, M., Baak, A., ... & Mons, B. (2016). The FAIR Guiding Principles for scientific data management and stewardship. *Scientific Data*, 3(1), 1-9.
- [690] Rumsey, C. L., & Slotnick, J. P. (2014). Overview and summary of the second AIAA high-lift prediction workshop. *Journal of Aircraft*, 52(4), 1006-1025.
- [691] Spalart, P. R., & Venkatakrishnan, V. (2016). On the role and challenges of CFD in the aerospace industry. *The Aeronautical Journal*, 120(1223), 209-232.
- [692] Hey, A. J., Tansley, S., & Tolle, K. M. (2009). *The fourth paradigm: Data-intensive scientific discovery* (Vol. 1). Microsoft Research.
- [693] LeCun, Y., Bengio, Y., & Hinton, G. (2015). Deep learning. *Nature*, 521(7553), 436-444.
- [694] European Commission. (2016). *General Data Protection Regulation (GDPR)*. Official Journal of the European Union.
- [695] Ram, K. (2013). Git can facilitate greater reproducibility and increased transparency in science. *Source Code for Biology and Medicine*, 8(1), 1-8.
- [696] Stodden, V., Leisch, F., & Peng, R. D. (Eds.). (2014). *Implementing reproducible research*. CRC Press.
- [697] Kaggle. (2021). *Kaggle: Your machine learning and data science community*. Retrieved from <https://www.kaggle.com>
- [698] Bell, R. M., & Koren, Y. (2007). Lessons from the Netflix prize challenge. *ACM SIGKDD Explorations Newsletter*, 9(2), 75-79.
- [699] ASAM. (2020). *Association for Standardization of Automation and Measuring Systems*. Retrieved from <https://www.asam.net>
- [700] ISO/IEC 19514:2017. *Information technology — Object management group systems modeling language (OMG SysML)*. International Organization for Standardization.
- [701] Bass, L., Clements, P., & Kazman, R. (2021). *Software architecture in practice*. Addison-Wesley Professional.

- [702] European Commission. (2020). Regulation (EU) 2020/740 on the labelling of tyres with respect to fuel efficiency and other parameters. *Official Journal of the European Union*, L 177, 1-23.
- [703] UNECE. (2021). UN Regulation No. 117 - Uniform provisions concerning the approval of tyres with regard to rolling sound emissions and adhesion on wet surfaces. *United Nations Economic Commission for Europe*.
- [704] European Commission. (2021). *European Green Deal: Sustainable products initiative*. Brussels.
- [705] ISO 362-3:2016. Measurement of noise emitted by accelerating road vehicles — Engineering method — Part 3: Indoor testing. *International Organization for Standardization*.
- [706] Genuit, K. (2010). The sound quality of vehicle interior noise: A challenge for the NVH-engineers. *International Journal of Vehicle Noise and Vibration*, 6(2-4), 158-168.
- [707] Sandberg, U., & Ejsmont, J. A. (2002). *Tyre/road noise reference book*. Informex.
- [708] European Commission. (2012). Regulation (EC) No 1222/2009 on the labelling of tyres with respect to fuel efficiency and other essential parameters. *Official Journal of the European Union*.
- [709] China National Standards. (2016). GB/T 32698-2016 Passenger car tyres — Rolling resistance, rolling sound emission and wet grip classification. *Standardization Administration of China*.
- [710] Sandberg, U. (2003). The multi-coincidence peak around 1000 Hz in tyre/road noise spectra. *Proceedings of Euronoise 2003*, Paper ID 331.
- [711] Pottinger, M. G., Marshall, K. D., Lawther, J. M., Thrasher, D. B., & Chastain, C. D. (2014). Tire temperature and rolling resistance prediction with finite element analysis. *Tire Science and Technology*, 42(3), 171-197.
- [712] National Research Council. (2003). *Facilitating interdisciplinary research*. National Academies Press.
- [713] Stokols, D., Hall, K. L., Taylor, B. K., & Moser, R. P. (2008). The science of team science: overview of the field and introduction to the supplement. *American Journal of Preventive Medicine*, 35(2), S77-S89.

- [714] Fiore, S. M. (2008). Interdisciplinarity as teamwork: How the science of teams can inform team science. *Small Group Research*, 39(3), 251-277.
- [715] National Academy of Engineering. (2004). *The engineer of 2020: Visions of engineering in the new century*. National Academies Press.
- [716] Borrego, M., & Newswander, L. K. (2010). Definitions of interdisciplinary research: Toward graduate-level interdisciplinary learning outcomes. *The Review of Higher Education*, 34(1), 61-84.
- [717] Davenport, T. H., & Prusak, L. (1998). *Working knowledge: How organizations manage what they know*. Harvard Business Press.
- [718] Nonaka, I., & Takeuchi, H. (1995). *The knowledge-creating company: How Japanese companies create the dynamics of innovation*. Oxford University Press.
- [719] Chesbrough, H. W. (2003). *Open innovation: The new imperative for creating and profiting from technology*. Harvard Business Press.
- [720] West, J., & Bogers, M. (2014). Leveraging external sources of innovation: A review of research on open innovation. *Journal of Product Innovation Management*, 31(4), 814-831.
- [721] Wagner, C. S., Roessner, J. D., Bobb, K., Klein, J. T., Boyack, K. W., Keyton, J., ... & Börner, K. (2011). Approaches to understanding and measuring interdisciplinary scientific research (IDR): A review of the literature. *Journal of Informetrics*, 5(1), 14-26.
- [722] ISO. (2020). *International Organization for Standardization: Standards catalogue*. Retrieved from <https://www.iso.org>
- [723] Brinkmeier, M., Nackenhorst, U., Petersen, S., & Von Estorff, O. (2008). A finite element approach for the simulation of tire rolling noise. *Journal of Sound and Vibration*, 309(1-2), 20-39.
- [724] Ghoreishy, M. H. R. (2008). A state-of-the-art review on the finite element modelling and simulation of pneumatic tyres. *Iranian Polymer Journal*, 17(8), 571-597.

- [725] Lopez, I., Blom, R. A. W. M., Roozen, N. B., & Nijmeijer, H. (2010). Modelling vibrations on deformed rolling tyres—a modal approach. *Journal of Sound and Vibration*, 329(8), 1471-1485.
- [726] Andersson, P. B. U., & Kropp, W. (2008). Time domain contact model for tyre/road interaction including nonlinear contact stiffness due to small-scale roughness. *Journal of Sound and Vibration*, 318(1-2), 296-312.
- [727] Hayden, R. E. (1971). Roadside noise from the interaction of a rolling tire with the road surface. In *Proceedings of the Purdue Noise Control Conference* (pp. 59-64).
- [728] Eisenblaetter, J., Walsh, S. J., & Krylov, V. V. (2010). Air-related mechanisms of noise generation by solid rubber tyres with cavities. *Applied Acoustics*, 71(9), 854-860.
- [729] Molisani, L. R., Burdisso, R. A., & Tsihlias, D. (2003). A coupled tire structure/acoustic cavity model. *International Journal of Solids and Structures*, 40(19), 5125-5138.
- [730] Wang, M., Freund, J. B., & Lele, S. K. (2006). Computational prediction of flow-generated sound. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 38, 483-512.
- [731] Gumerov, N. A., & Duraiswami, R. (2004). *Fast multipole methods for the Helmholtz equation in three dimensions*. Elsevier.
- [732] Lyon, R. H., & DeJong, R. G. (1995). *Theory and application of statistical energy analysis*. Butterworth-Heinemann.
- [733] Marburg, S., & Nolte, B. (Eds.). (2008). *Computational acoustics of noise propagation in fluids: finite and boundary element methods* (Vol. 578). Springer Science & Business Media.
- [734] Keyes, D. E., McInnes, L. C., Woodward, C., Gropp, W., Myra, E., Pernice, M., ... & Zhang, H. (2013). Multiphysics simulations: Challenges and opportunities. *International Journal of High Performance Computing Applications*, 27(1), 4-83.
- [735] Deelman, E., Vahi, K., Juve, G., Rynge, M., Callaghan, S., Maechling, P. J., ... & Wenger, K. (2015). Pegasus, a workflow management system for science automation. *Future Generation Computer Systems*, 46, 17-35.

- [736] Forrester, A. I., Sóbester, A., & Keane, A. J. (2008). *Engineering design via surrogate modelling: a practical guide*. John Wiley & Sons.
- [737] Oberkampf, W. L., & Roy, C. J. (2010). *Verification and validation in scientific computing*. Cambridge University Press.
- [738] Bendsøe, M. P., & Sigmund, O. (2013). *Topology optimization: theory, methods, and applications*. Springer Science & Business Media.
- [739] Nocedal, J., & Wright, S. (2006). *Numerical optimization*. Springer Science & Business Media.
- [740] Sandberg, U., & Ejsmont, J. A. (2002). *Tyre/road noise reference book*. Informex.
- [741] Martins, J. R., & Lambe, A. B. (2013). Multidisciplinary design optimization: a survey of architectures. *AIAA Journal*, 51(9), 2049-2075.
- [742] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., & Zhu, J. Z. (2013). *The finite element method: its basis and fundamentals*. Butterworth-Heinemann.
- [743] Roy, C. J., & Oberkampf, W. L. (2011). A comprehensive framework for verification, validation, and uncertainty quantification in scientific computing. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(25-28), 2131-2144.
- [744] Bessa, M. A., Bostanabad, R., Liu, Z., Hu, A., Apley, D. W., Brinson, C., ... & Liu, W. K. (2017). A framework for data-driven analysis of materials under uncertainty: Countering the curse of dimensionality. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 320, 633-667.
- [745] Wollny, I., Behnke, R., Villaret, K., & Kaliske, M. (2016). Numerical modelling of tyre–pavement interaction phenomena: coupled structural investigations. *Road Materials and Pavement Design*, 17(3), 563-578.
- [746] Raissi, M., Perdikaris, P., & Karniadakis, G. E. (2019). Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 378, 686-707.
- [747] Tao, F., Zhang, H., Liu, A., & Nee, A. Y. (2018). Digital twin in industry: State-of-the-art. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 15(4), 2405-2415.

- [748] Wilkinson, M. D., Dumontier, M., Aalbersberg, I. J., Appleton, G., Axton, M., Baak, A., ... & Mons, B. (2016). The FAIR Guiding Principles for scientific data management and stewardship. *Scientific Data*, 3(1), 1-9.
- [749] Sandberg, U. (2001). Tyre/road noise—myths and realities. In *Proceedings of the 2001 International Congress and Exhibition on Noise Control Engineering*.
- [750] Kropp, W., Larsson, K., Wullens, F., & Andersson, P. (2008). Reduction of exterior tire/road noise: The integrated QSPA concept. *SAE International Journal of Passenger Cars-Mechanical Systems*, 1(1), 1434-1446.